

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

На правах рукопису
УДК 51-77

До захисту допущено
В. о. завідувача кафедри ММСА
О.Л.Тимошук
«__» _____ 2019 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра за спеціальністю 124 Системний аналіз
на тему: «Метод оптимізації прогресивного податку за інтегральним критерієм»

Виконав:

студент II курсу, групи КА-82 мп
Нго Суан Зионг _____

Керівник: професор кафедри ММСА

д.ф.-м.н., проф. Бондаренко Віктор Григорович _____

Рецензент: завідувач кафедри математичного
аналізу та теорії ймовірностей

НТУУ "КПІ ім.Ігоря Сікорського"

д.ф.-м.н., проф. Клесов Олег Іванович _____

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань
Студент _____

Київ
2019

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Рівень вищої освіти — другий (магістерський)
Спеціальність — 124 «Системний аналіз»

ЗАТВЕРДЖУЮ
В. о. завідувача кафедри ММСА
О. Л. Тимощук
«___» _____ 2019 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту Нго Суан Зионгу

1. Тема дисертації: «Метод оптимізації прогресивного податку за інтегральним критерієм», науковий керівник дисертації Бондаренко Віктор Григорович, д.ф.-м.н., професор, затверджені наказом по університету від «08» листопада 2019р. № 3862-с

2. Термін подання студентом дисертації: 13 грудня 2019 р.

3. Об'єкт дослідження: Прогресивний податок.

4. Предмет дослідження: метод оптимізації за інтегральним критерієм.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:

- 1) дослідити поняття прогресивного податку, його особливості, принципи оподаткування;
- 2) розробити математичну модель оптимізації прогресивного податку;
- 3) розв'язати розроблену математичну модель та на її основі створити програмний продукт;
- 4) розробити стартап-проект виведення на ринок результатів дослідження;
- 5) розробити концептуальні висновки за результатами наукового дослідження.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу:

- 1) Приклади функціонування створеного програмного продукту (рис.);
- 2) Таблиці у розділі стартап-проекту

8. Дата видачі завдання: 05 вересня 2019 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації
1.	Концептуальний вступ дисертації. Формулювання об'єкта, предмета, цілі, завдань, новизни, практичної значущості результатів	05.09.2019—13.09.2019
2.	Перший розділ. Огляд літературно-інформаційних джерел. Понятійно-категоріальний апарат. Характеристика об'єкта	16.09.2019—27.09.2019
3.	Другий розділ. Розробка математичної моделі оптимізації прогресивного податку за інтегральним критерієм	30.09.2019—18.10.2019
4.	Третій розділ. Імплементация отриманих результатів у програмний продукт. Тестування програми	21.10.2019—15.11.2019
5.	Четвертий розділ. Стартап-проект	18.11.2019—21.11.2019
6.	Концептуальні висновки. Перспективи розвитку отриманих рішень	22.11.2019—26.11.2019

Студент

С.З.Нго

Науковий керівник дисертації

В.Г.Бондаренко

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 87 с., 13 рис., 33 табл., 1 додаток, 16 джерел.

Актуальність теми: проблема оптимального оподаткування є актуальною у багатьох країнах світу. Необхідно не лише обрати тип оподаткування, а й знайти оптимальне значення податку та податкової ставки. Таким чином, розробка та застосування програми знаходження оптимального значення прогресивного податку є актуальною на сьогоднішній день.

Мета даної роботи полягає в дослідженні та вдосконаленні існуючих методик оптимізації прогресивного податку.

Об'єктом дослідження є методи оптимізації прогресивного податку.

Предметом дослідження є прогресивний податок.

Метод дослідження: метод оптимізації з використання інтегрального критерію.

Програмний продукт реалізований за допомогою мови програмування C# у середовищі розробки Microsoft Visual Studio 2019.

Отримані результати: розроблено систему підтримки прийняття рішень щодо оптимального значення прогресивного податку.

ПОДАТОК, ОПОДАТКУВАННЯ, ПРОГРЕСИВНИЙ ПОДАТОК,
МОДЕЛЬ МІРЛІСА, ІНТЕГРАЛЬНИЙ КРИТЕРІЙ, ЛІНІЙНЕ
ПРОГРАМУВАННЯ.

ABSTRACT

Theme: “Progressive tax optimization method using integral criterion”.

Master's thesis explanatory note: 87 p., 13 fig., 33 tab., 1 appendix, 16 sources.

Actuality: the problem of optimal taxation is urgent in many countries around the world. Not only the type of taxation you need, but also the optimal value of the tax and the tax rate. Thus, the development and using of the program for finding the optimal value of the progressive tax is relevant today.

The purpose of this work is to investigate and improve existing methods of optimization of progressive tax.

The object of the study are methods for progressive tax optimization.

The subject of the study is progressive tax.

Research Method: An optimization method using the integral criterion.

The software product was implemented using C# programming language in Microsoft Visual Studio 2019 development environment.

Obtained results: a decision support system for optimal progressive tax value has been developed.

TAX, TAXATION, PROGRESSIVE TAX, MIRRLEES MODEL, INTEGRAL CRITERION, LINEAR PROGRAMMING.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ	9
1.1 Історія дослідження та впровадження прогресивного податку	9
1.2 Принципи оподаткування.....	11
1.3 Вимірювання прогресивності та економічні ефекти	15
Висновки до розділу 1	18
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОДАТКУ	19
2.1 Лінійна модель оподаткування	20
2.2 Модель Мірліса	25
2.3 Оптимізація прогресивного податку за інтегральним критерієм	33
Висновки до розділу 2	39
РОЗДІЛ 3 СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ ПРОГРЕСИВНОГО ПОДАТКУ.....	40
3.1 Основні технічні вимоги для коректної роботи програми	40
3.2 Інструкція з експлуатації програмного продукту	41
3.3 Аналіз результатів	44
Висновки до розділу 3	55
РОЗДІЛ 4 РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ	56
4.1 Опис ідеї проекту	56
4.2 Технологічний аудит ідеї проекту.....	57
4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту.....	58
4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту	64

4.5 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту	67
Висновки до розділу 4	71
ВИСНОВКИ.....	72
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	74
ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ	76

ВСТУП

Оподаткування є складним багатоаспектним соціально-економічним феноменом, який має багатотисячолітню історію. Спроби його осмислення здійснювалися великими економістами минулого з самого започаткування економічної науки. Разом з тим формування першої окремої цілісної економічної теорії оподаткування, теорії оптимального оподаткування, є здобутком XX століття і далеке від завершення.

Дискутуючи навколо багатьох питань, вчені різних країн поділяють тезу, що податок на доходи фізичних осіб є одним із найбільш вдалих та ефективних інструментів перерозподілу доходів населення в масштабах країни. Однак така однастайність не стосується його елементів – суттєвих характеристик або ознак, без яких не можливо уявити відповідний податок, а саме: об'єкта оподаткування та підходів до його визначення, ставок податку та платників, податкових пільг та знижок тощо. При цьому професор В. Л. Андрущенко справедливо зазначає: «Якщо практичне запровадження прибуткових податків не стільки залежало від наукової аргументації, скільки було предметом соціальних пристрастей, суспільної боротьби, ставши результатом політичної волі, то податкова теорія зосередилась на обґрунтуванні оптимального вибору між альтернативними режимами оподаткування – прогресивним чи пропорціональним». Тобто найбільш гостра дискусія точиться саме з приводу структури та розмірів податкових ставок.

РОЗДІЛ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

Податкова політика держави є наріжним каменем усієї економічної політики держави. У процесі її розробки необхідно приділяти увагу великої кількості взаємопов'язаних і взаємозалежних аспектів, вплив яких визначає оптимальну структуру оподаткування. У зв'язку з цим, одними з найбільш істотних і проблемних є питання оптимального оподаткування. Існує чимало досліджень в цій області.

Здавалося б, при наявності зв'язку між теорією і практикою їх практична реалізація не повинна викликати особливих проблем. Однак в реальності справи йдуть зовсім інакше і, найчастіше пов'язані з деякими проблемами, що обмежують їх практичну значимість і цінність як для державних органів, так для інших зацікавлених осіб.

1.1 Історія дослідження та впровадження прогресивного податку

Ідея застосування прогресивного оподаткування існує довгий час. Одним з ранніх відомих текстів, в якому йде мова про справедливість застосування прогресивного оподаткування, є твір Франческо Гвіччардіні «La Decima Scalata», написаний на початку 16 століття. Економісти Кеннет Шиві та Девід Стасейвідж, які досліджували історію дебатів навколо прогресивного оподаткування протягом декількох століть, вказують на три види аргументів, які використовуються в суперечках про способи оподаткування: рівний підхід («equal treatment»), можливість платити («ability to pay») і компенсаційний аргумент («compensatory argument»). Компенсаційний аргумент, який застосовувався після початку світових воєн, дозволив найбільш сильно збільшити прогресивність оподаткування в першій половині 20 століття [1].

У перші дні Римської республіки державні податки склалися з оцінок власності багатства та майна. Ставка податку за звичайних обставин становила 1% від вартості майна й іноді могла піднятися до 3% у таких ситуаціях, як війна. Ці податки стягувались із землі, будинків та іншої нерухомості, рабів, тварин, особистих речей та грошових цінностей. До 167 р. До н.е. Риму більше не потрібно було стягувати податок з громадян на Італійському півострові, завдяки багатству, придбаному від завойованих провінцій. Після значної римської експансії в I столітті Август Цезар запровадив податок на багатство у розмірі близько 1% та єдиний пропорційний податок для кожної дорослої людини, це зробило податкову систему менш прогресивною (оскільки вона оподатковувала не лише багатство).

Вперше прогресивний податок на дохід був введений у Великобританії прем'єр-міністром Вільямом Піттом Молодшим у грудні 1798 року, щоб сплатити зброю та спорядження для французької революційної війни. Податок починався з 2 пенсів за фунт ($1/120$) на доходи розміром понад 60 фунтів і збільшувався до максимального значення 2 шилінги за фунт ($1/10$) на доходи розміром понад 200 фунтів. Пітт сподівався, що новий податок на прибуток принесе 10 мільйонів фунтів стерлінгів, але фактичні надходження за 1799 рік становлять трохи більше 6 мільйонів фунтів. Прогресивний податок на прибуток Пітта стягувався з 1799 по 1802 рік, його було скасовано Генрі Аддінгтоном під час Ам'єнського миру. Аддінгтон перейшов на посаду прем'єр-міністра в 1801 р. після відставки Пітта через католицьку емансипацію. Податок на прибуток був введений Аддінгтоном у 1803 році, коли почалися військові дії, але він був знову скасований у 1816 році, через рік після битви при Ватерлоо.

Податок на прибуток Великої Британії був знову введений сером Робертом Пілом у Законі про податок на прибуток 1842 року. Піл, як консерватор, виступив проти податку на прибуток на загальних виборах 1841 р., Але зростаючий дефіцит бюджету вимагав нового джерела коштів. Новий податок на прибуток, заснований на моделі Аддінгтона, був обкладений доходами понад 150 фунтів стерлінгів. Хоча цей захід спочатку мав бути тимчасовим, але незабаром

він став прихильником британської податкової системи. У 1851 р. при Джозефі Юмі був створений комітет, який розслідував цю справу, але не зміг досягти чіткої рекомендації. Незважаючи на голосне заперечення, Вільям Гладстон, канцлер касира з 1852 року, утримував прогресивний податок на прибуток і розширював його на покриття витрат на Кримську війну. До 1860-х років прогресивний податок став важко прийнятим елементом англійської фіскальної системи [2].

У Сполучених Штатах перший прогресивний податок на прибуток був встановлений Законом про доходи 1862 р. Акт був підписаний законом президентом Абрахамом Лінкольном і замінив Закон про доходи 1861 р., який вводив єдиний податок на прибуток у розмірі 3% від доходів вище 800 доларів. Шістнадцята поправка до Конституції Сполучених Штатів, прийнята в 1913 році, дозволила Конгресу стягувати всі податки на прибуток без будь-якої вимоги до розподілу. До середини 20 століття більшість країн запровадили певну форму прогресивного податку на прибуток [3].

В Україні до 2004 року діяла прогресивна шкала ПДФО (яка становила від 10% до 40%), проте вона була змінена на єдину ставку в розмірі 13% (18% з 2016 року), при цьому одним з основних аргументів на користь переходу до єдиної ставки була необхідність детінізації зарплат.

1.2 Принципи оподаткування

Питання оподаткування ще з ранніх часів цікавило дослідників. У своїх роздумах і трактатах, використовуючи суб'єктивний підхід, вони надавали бажані ними ознаки проблем справедливості оподаткування і пов'язаними з ними ефектами. І тільки Адам Сміт, узагальнивши, систематизувавши і доповнивши досвід своїх попередників, виділив такі основоположні принципи оподаткування [4]:

- принцип рівності, що передбачає відповідність сплачуваних населенням податків своїм доходам;
- принцип визначеності, який передбачає не довільність, а чіткість, ясність і визначеність податкових зобов'язань;
- принцип зручності розрахунків, що виражає найбільш зручні для платника податків терміни і способи збору податків;
- принцип економії в зборі податків, що полягає в скороченні витрат справляння податків, і щоб вони не дестимулювали господарську активність.

Якщо другий і третій принципи, досить зрозумілі, прозорі і бажані, і вони часто застосовуються в документах, що підтримують платників податків, то перший і четвертий принципи завжди викликали бурхливе обговорення. Це пояснюється тим, що вони є визначальними при оцінці тієї чи іншої пропозиції з податкової політики, з урахуванням адміністративних бар'єрів і обмежень, а також ефектів, що позначаються на стимулюванні (дестимулюванні) ділової активності.

У зв'язку з цим, податкова політика повинна відповідати наступним ключовим критеріям: податки повинні бути пропорційними (хоча «пропорційність» для різних платників податків розуміється по-різному), адміністративні перепони і обмеження повинні бути зведені до мінімально можливих, а також до мінімуму слід знизити обмежуючі наслідки.

Таким чином, виникає багатокритеріальна задача, рішення якої пов'язане з великими труднощами, в силу того, що реальна, неабстрактна політична ініціатива зазвичай відповідає лише одному критерію. Для того щоб прийти до остаточного варіанту рішення, необхідно зіставити вигоду пропорційності податку з втратами від дестимулювання пропозиції і попиту з обов'язковим урахуванням відмінностей адміністративних обмежень.

Існуючий в теорії оптимізації оподаткування метод, ґрунтується в процесі економічного дослідження на консолідації всіх перерахованих вище критеріїв в

єдиний критерій, який визначається рядом ітерацій з питомих показників кожного з цих критеріїв.

Для розгляду поставленого завдання будемо оперувати наступними термінами: «особиста корисність» і «колективний добробут».

Колективний добробут розглядається як індикатор колективного благополуччя і залежить від корисностей окремих індивідуумів. Однак колективний добробут не повинен обов'язково аналізуватися як проста сума особистих корисностей. Оскільки залежність може формуватися по-різному, зокрема вона може бути пов'язана з рівномірністю розподілу корисності. Як правило виходять з того, що колективний добробут скорочується відповідно зростанню відмінностей корисностей. Отже, через поняття колективного добробуту можна висловити ключову думку, що відноситься до справедливості системи оподаткування: податки будуть справедливі тільки в тому випадку, якщо вони зменшать рівень соціальної нерівності. Таким чином, бажання максимально збільшити колективний добробут буде пов'язане з бажанням виконати одне з трактувань першого критерію.

Другий критерій проявиться на колективному добробуті тому, що більш високі адміністративні бар'єри і обмеження зажадають зростання загальної маси надходжень від податків, необхідних для забезпечення діяльності органів влади, а це, відповідно, зменшить особисті корисності. Введення третього критерію пояснюється наступним. Обмеження стимулів до праці змінює економіку і різко знижує користь домогосподарств з низьким рівнем доходу, а отже – і рівень колективного добробуту. З цього випливає, що всі критерії трансформуються в складові колективного добробуту. Вони стають зіставними, що дозволяє в процесі вибору політики обрати ту політику, яка забезпечить максимізацію рівня колективного добробуту.

У цьому полягає одна з основних ідей оптимального оподаткування, але її аналіз часто не доводиться до логічного кінця. Складність полягає в моделюванні економістами відносин, що зв'язують податкові ставки і адміністративні витрати. Ось чому в своїх дослідженнях вони зазвичай не враховували адміністративні

витрати і обмежувалися лише першим і третім критеріями. Насправді вони намагалися змоделювати такі податкові системи, в яких була би досягнута максимальна відповідність пропорційності (або рівняння) і стимулів (або ефективності). Це недооцінка адміністративних бар'єрів і обмежень є основним недоліком більшості досліджень по оптимальному оподаткуванню.

Аналогічні основоположні ідеї закладаються в основу вивчення податкових реформ, коли необхідно з'ясувати, чи здатні поодинокі (і, звичайно, незначні) зміни в податках приводити до зростання колективного добробуту. Безсумнівно, є безпосередній взаємозв'язок між дослідженням в області оптимального оподаткування і самої реформи оподаткування: система оподаткування буде вважатися оптимальною тоді, якщо більш не буде можливості провести в ній хоч якісь, навіть незначні зміни, що підвищують рівень колективного добробуту. Тобто буде досягнута межа. Нашим же завданням є пошук не найкращої, а порівняно кращої системи оподаткування. Важливі пояснення щодо аналізу реформи податків наводяться Ахмадом і Стерном [5].

Більш вузька мета аналізу реформи податків відповідно вимагає менших потреб в інформації: всього лише потрібно знати те, як відреагують економічні агенти на дуже невеликі трансформації в податках в порівнянні з великими трансформаціями, які могли б статися при прагненні до оптимальної структури податків. В цьому є й певна перевага, слід зазначити, що ті країни, які послідовно проводять ряд податкових реформ, що збільшують колективний добробут, досягають оптимальності.

Проте, часті трансформації податків, як правило, не стають гідним рішенням для будь-якої економіки. Так як є безліч прийнятних податкових ефектів, що слабо залежать від максимально вивіреної особистої економічної поведінки. Такого роду ефекти дозволяють отримати чітке уявлення про загальні показники необхідної остаточної структури податкової системи, про те, яким чином необхідно просуватися до неї, шляхом поетапних кроків або все-таки за допомогою одного, але серйозного перетворення. При цьому, мабуть, важко буде

знайти країну, здатну разом, одномоментно перебудувати податкову систему і тим самим відразу досягти всіх поставлених завдань. У кінцевому підсумку, на практиці дії в податковій політиці повинні поєднувати в собі серйозні висновки як з теорії оптимального оподаткування, так і з досліджень в області податкового аналізу.

1.3 Вимірювання прогресивності та економічні ефекти

Ставка податку може бути виражена двома різними способами; гранична ставка, виражена як ставка на кожен додаткову одиницю доходу або витрати (або останній витрачений долар), та ефективна (середня) ставка, виражена у вигляді загального сплаченого податку, поділеного на загальний дохід або витрати. У більшості прогресивних податкових систем обидві ставки зростатимуть із збільшенням суми, що підлягає оподаткуванню, хоча можливі діапазони, коли гранична ставка буде постійною. Зазвичай середня ставка податку платника податку буде нижчою за граничну ставку податку. У системі з поверненими податковими кредитами або виплаченими доходами соціальними пільгами можливі зниження граничних ставок у міру зростання доходу при нижчих рівнях доходу.

Прогресивне оподаткування безпосередньо впливає на зменшення нерівності доходів. Це особливо актуально, якщо оподаткування використовується для фінансування прогресивних державних витрат, таких як трансфертні платежі та мережі соціального захисту. Однак ефект може бути приглушеним, якщо більш високі ставки спричинять посилення ухилення від сплати податків. Коли нерівність доходів буде низькою, сукупний попит буде відносно високим, оскільки більше людей, які хочуть звичайних споживчих товарів і послуг, зможуть собі їх дозволити, тоді як робоча сила не буде настільки монополізована заможними. Високий рівень нерівності доходів може мати

негативний вплив на довгострокове економічне зростання, зайнятість та класові конфлікти. Прогресивне оподаткування часто пропонується як спосіб пом'якшити суспільні неприємності, пов'язані з більшою нерівністю доходів. Різниця між індексом Джині для розподілу доходу до оподаткування та індексом Джині після оподаткування є показником для ефектів такого оподаткування.

Економісти Томас Пікетті та Еммануель Саес писали, що зменшення прогресивності в податковій політиці США в епоху після Другої світової війни збільшило нерівність у доходах, давши багатим більший доступ до капіталу [6].

За словами економіста Роберта Х. Франка, зниження податків для заможних в основному витрачається на позиційні товари, такі як більші будинки та більш дорогі машини. Франк стверджує, що ці кошти можуть замість цього платити за такі речі, як поліпшення державної освіти та проведення медичних досліджень [7].

У доповіді, опублікованій ОЕСР у 2008 році, було представлено емпіричне дослідження, що свідчить про слабку негативну залежність між прогресивністю податку на доходи фізичних осіб та економічним зростанням [8]. Описуючи дослідження Вільям МакБрайд, співробітник консервативного податкового фонду заявив, що прогресивність податків на прибуток може підірвати інвестиції, ризикованість, підприємництво та продуктивність праці. На думку МВФ, деякі передові економіки можуть збільшити прогресивність оподаткування для подолання нерівності, не перешкоджаючи зростанню, до тих пір, поки прогресивність не буде надмірною. Фонд також зазначає, що середня найвища ставка податку на прибуток для країн-членів ОЕСР знизилася з 62 відсотків у 1981 році до 35 відсотків у 2015 році, і що крім того, податкові системи є менш прогресивними, оскільки заможні особи мають більше доступу до податкових пільг.

Економіст Гері Бекер описав досягнення освіти як корінь економічної мобільності. Прогресивні податкові ставки, збільшуючи податки на високий дохід, мають мету та відповідний ефект зменшення навантаження на низький дохід, покращення рівності доходів. Досягнення освіти часто залежить від витрат

і сімейного доходу, що для бідних зменшує їхні можливості для здобуття освіти. Збільшення доходів для бідних та економічна рівність зменшує нерівність навчальних досягнень. Податкова політика може також включати прогресивні особливості, які надають податкові пільги для освіти, такі як податкові кредити та податкові пільги щодо стипендій та грантів.

Потенційно несприятливий вплив прогресивних податкових розкладів полягає в тому, що вони можуть зменшити стимули до навчальних досягнень. За рахунок зменшення доходів високоосвічених робітників після оподаткування прогресивні податки можуть знизити стимули громадян до здобуття освіти, тим самим знизивши загальний рівень людського капіталу в економіці. Однак цей ефект може бути пом'якшений субсидією на освіту, що фінансується прогресивним податком [9]. Теоретично державна підтримка державних витрат на вищу освіту зростає при прогресивному оподаткуванні, особливо коли розподіл доходів неоднаковий.

Психологи дослідження 2011 року Шигехіро Ойші, Ульріх Шиммак та Ед Дінер, використовуючи дані 54 країн, виявили, що прогресивне оподаткування було позитивно пов'язане з суб'єктивним благополуччям, тоді як загальні ставки податку та державні витрати не були. Автори додали: "Ми виявили, що зв'язок між більш прогресивним оподаткуванням та вищим рівнем суб'єктивного добробуту опосередковується задоволенням громадян суспільними благами, такими як освіта та громадський транспорт" [10]. Професор податкового права Томас Д. Гріффіт, підсумовуючи дослідження людського щастя, стверджував, що через те, що нерівність у суспільстві значно зменшує щастя, прогресивна структура податків, яка перерозподіляє доходи, підвищить добробут і щастя в суспільстві. Оскільки прогресивне оподаткування зменшує дохід населення з високим рівнем доходу і його часто використовують як метод фінансування державних соціальних програм для тих, хто отримує низький дохід, заклики до підвищення податкової прогресивності іноді позначаються як заздрість або класова війна, а інші можуть описати такі дії як справедливі або як форми соціальної справедливості.

Висновки до розділу 1

У даному розділі було розглянуто поняття прогресивного податку, історію його впровадження та дослідження різними економістами та науковцями. Виділено головні принципи оподаткування, а саме принцип рівності, принцип визначеності, принцип зручності розрахунків, принцип економії в зборі податків, і їх застосування для знаходження оптимального прогресивного податку.

Було розглянуто способи вимірювання прогресивності: гранична податкова ставка та ефективна податкова ставка. Розглянуті впливи прогресивного податку на рівність доходу, економічне зростання, рівень освіти. Показані психологічні фактори, що проявились при введенні системи прогресивного оподаткування.

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОДАТКУ

В даному розділі сформульовано критерій оптимальності оподаткування, проаналізовано існуючі моделі конструювання оптимального податку, запропоновано і обґрунтовано нову модель оподаткування.

Модель Мірліса щодо оптимального оподаткування доходів фіксує ключове питання перерозподілу ефективності та капіталу: уряд повинен покладатися на спотворений нелінійний податок на прибуток, щоб задовольнити як свої вимоги до доходу, так і перерозподілити дохід. Загальні результати щодо оптимальних податкових розкладів досить обмежені. Туомала представляє більшість формальних результатів.

Мірліс показав, що від граничних ставок податку понад 100% немає вигоди, оскільки ніхто не вирішить мати таку ставку на маржі. Мірліс також показав, що оптимальні граничні показники не можуть бути негативними. Сеад уточнив умови, за яких цей результат має місце. Найяскравіший і добре відомий результат полягає в тому, що гранична ставка податку повинна дорівнювати нулю на рівні доходу, що дорівнює максимальному рівню доходу, коли розподіл доходу обмежений. Чисельні моделювання показали, однак, що цей результат дуже локальний. Таким чином, цей результат мало цікавить практичну діяльність. Мірліс не отримав цього простого результату, оскільки вважав необмеженим розподіл навичок. Тим не менш, він представив точні підказки щодо оптимальних асимптотичних показників у випадку функцій корисності, що можна розділити між споживанням і роботою. Тим не менш, ці здогадки залишилися практично непоміченими в наступній літературі щодо оптимального податку на прибуток. Це можна пояснити двома причинами. По-перше, думки Мірліса залежать від неспостережного розподілу навичок і від абстрактних властивостей функції корисності без очевидного інтуїтивного значення. По-друге, результат нульової найвищої ставки, ймовірно, довго вважався

остаточним результатом, оскільки емпіричний розподіл доходу дійсно обмежений.

2.1 Лінійна модель оподаткування

Вважаємо, що уряд встановлює пропорційну граничну ставку τ вище заданого (високого) рівня доходу \bar{z} , а потім отримує ефекти від добробуту та податкового доходу від невеликого збільшення τ з використанням еластичності. Оптимальна ставка податку τ виходить тоді, коли невелика зміна податкової ставки не має впливу першого порядку на загальне соціальне забезпечення.

Кожен платник податків максимізує добре функціонуючу індивідуальну функцію корисності $u = u(c, z)$, яка є зростаючою функцією від нетто-доходу c та спадною функцією від заробітку z . Індивідуальні навички чи вміння втілюються у функції індивідуальної корисності. Якщо припустити, що особа стикається з лінійним обмеженням бюджету $c = z(1 - \tau) + R$, де τ – гранична ставка податку, а R – віртуальний (неробочий) дохід. Умова першого порядку індивідуальної програми максимізації $(1 - \tau)u_c + u_z = 0$, неявно визначає маршаллівську (некомпенсовану) функцію забезпечення прибутку $z = z(1 - \tau, R)$. Некомпенсована еластичність визначається наступним чином

$$\zeta^u = \frac{1-\tau}{z} \frac{\partial z}{\partial (1-\tau)} \quad (2.1)$$

Ефекти доходу фіксуються параметром

$$\eta = (1 - \tau) \frac{\partial z}{\partial R} \quad (2.2)$$

Хіксіанська (компенсована) функція заробітку – це рівень заробітку, який мінімізує витрати $c - z$, необхідні для досягнення заданого рівня корисності u для даної податкової ставки τ , і позначається $z^c = z^c(1 - \tau, u)$. Компенсована еластичність заробітку визначається

$$\zeta^c = \frac{1-\tau}{z} \frac{\partial z}{\partial (1-\tau)} \quad (2.3)$$

Дві концепції еластичності та параметр ефекту доходу пов'язані рівнянням Слуцького

$$\zeta^c = \zeta^u - \eta \quad (2.4)$$

Компенсована еластичність завжди є негативною, а η – негативним, якщо дозвілля не є неповноцінним благом.

Уряд встановлює постійну лінійну ставку τ оподаткування вище заданого (високого) рівня доходу \bar{z} . Нормалізуємо без втрати загальності населення з доходом вище \bar{z} до одиниці і позначаємо $h(z)$ щільність розподілу заробітку при оптимальному режимі оподаткування. Для отримання оптимального τ вважаємо невеликим збільшенням $d\tau$ для високих ставок податку τ для доходів вище \bar{z} як показано на рис. 2.1. Ця зміна податку має два впливи на податкові надходження. По-перше, є механічний ефект, який полягає у зміні податкових надходжень, якщо не було б поведінкових реакцій, по-друге, відбувається зменшення податкового доходу через зменшення доходів через поведінкові реакції. Розглянемо ці два ефекти послідовно.

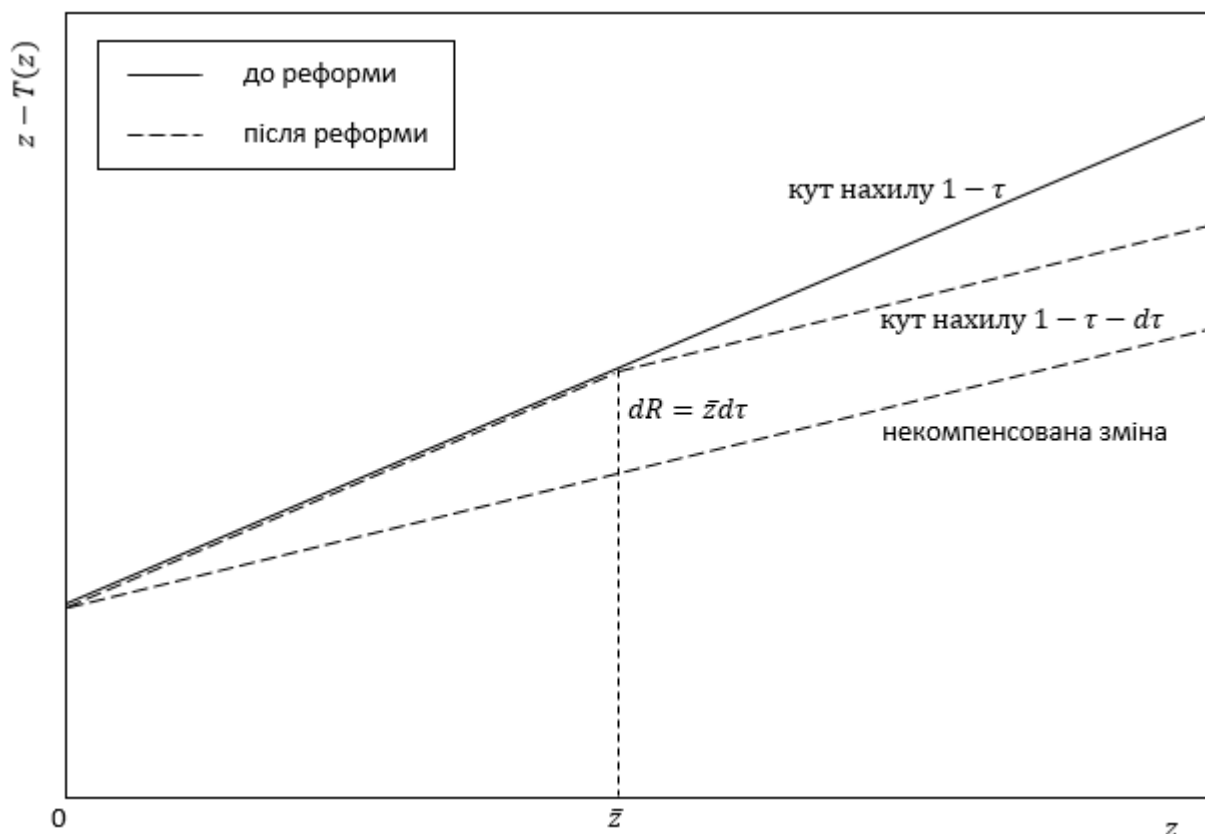


Рисунок 2.1 – Збурення високої ставки податку на прибуток

Механічний ефект (позначений M) являє собою збільшення податкових надходжень, якщо не було поведінкових відповідей. Платник податків із доходом z (вище \bar{z}) сплачував би $(z - \bar{z})d\tau$ додаткових податків. Отже, підсумовуючи чисельність населення вище \bar{z} і позначаючи середнє значення доходів вище \bar{z} через z_m , загальний механічний ефект M дорівнює

$$M = [z_m - \bar{z}]d\tau \quad (2.5)$$

Як показано на рис. 2.1, зміну податку можна розкласти на дві частини; по-перше, загальне некомпенсоване збільшення $d\tau$ граничних ставок (починаючи з 0, а не \bar{z}), по-друге, загальне збільшення віртуального доходу $dR = \bar{z}d\tau$. Тому фізична особа з доходом z змінює свій прибуток на

$$dz = -\frac{\partial z}{\partial(1-\tau)} d\tau + \frac{\partial z}{\partial R} dR = -(\zeta^u z - \eta z) \frac{\partial \tau}{1-\tau} \quad (2.6)$$

де ми використали рівняння (2.1) та (2.2). Зменшення доходу dz , відображене в рівнянні (2.6), передбачає зменшення податкових надходжень, рівних τdz . Загальне зменшення податкових надходжень через поведінкові відповіді – це просто сума значень τdz для всіх осіб, які отримують більше \bar{z}

$$B = -(\bar{\zeta}^u z_m - \bar{\eta} \bar{z}) \frac{\tau d\tau}{1-\tau} \quad (2.7)$$

де $\bar{\zeta}^u = \int_0^\infty \zeta_{(z)}^u z h(z) dz / z_m$ – середньозважене значення некомпенсованої еластичності. Термін еластичності $\zeta_{(z)}^u$ всередині інтеграла – це середня еластичність щодо осіб, які отримують дохід z . Аналогічно, $\bar{\eta} = \int_0^\infty \eta_{(z)} h(z) dz$ – ефект середнього доходу. Зауважимо, що $\bar{\eta}$ і $\bar{\zeta}^u$ не усереднюються з однаковими вагами. Не варто вважати, що люди, які отримують однаковий дохід, мають однакову еластичність; відповідні параметри – це просто середня еластичність при заданих рівнях доходу.

Для досягнення оптимальної податкової ставки ми повинні зрівняти ефект доходу, отриманий шляхом підсумовування (2.5) та (2.7), до ефекту добробуту завдяки невеликій податковій реформі. Для отримання ефекту добробуту розглянемо \bar{g} , яке є відношенням соціальної граничної корисності для платників податків на найвищу категорію до граничної вартості державних коштів для уряду. Іншими словами, \bar{g} визначається таким чином, що уряду неважливо отримати \bar{g} більше доларів державних коштів чи ще один долар, який споживають платники податків з доходом вище \bar{z} . Чим менше \bar{g} , тим менше уряд оцінює граничне споживання високих доходів. Таким чином, \bar{g} є параметром, що відображає перерозподільні цілі уряду.

Для обчислення ефектів добробуту відзначимо $u((1-\tau)z(1-\tau, R) + R, z(1-\tau, R))$, індивідуальну утиліту при оптимальному виборі пропозиції праці

для вищого платника податків. Вплив зміни невеликого податку на u є $du = u_c(-z d\tau + dR) = -u_c(z - \bar{z})d\tau$, де $(z - \bar{z})d\tau$ – механічне збільшення індивідуального податку. Як результат і за визначенням \bar{g} , кожен додатковий долар, зібраний урядом у зв'язку з податковою реформою, зменшує в середньому соціальне благополуччя людей у найвищому рівні на \bar{g} . Таким чином, загальна втрата добробуту внаслідок податкової реформи дорівнює $\bar{g}M$. Отже, уряд встановлює ставку τ таким, що $(1 - \bar{g})M + B = 0$. Таким чином, використовуючи (2.5) і (2.7), оптимальна ставка така, що

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \frac{(1-\bar{g})(z_m/\bar{z}-1)}{\bar{\zeta}^u z_m/\bar{z}-\bar{\eta}} \quad (2.8)$$

Рівняння (2.8) дає просту відповідь на проблему оптимальної граничної ставки для тих, хто отримує високі доходи. Зауважимо, що ця формула не вимагає однакової еластичності серед платників податків і, таким чином, застосовується до груп населення з неоднорідними уподобаннями або еластичністю. Єдиними відповідними параметрами поведінки є середня еластичність $\bar{\zeta}^u$ та ефекти середнього доходу $\bar{\eta}$ для платників податків з доходами вище \bar{z} . Не дивно, що оптимальна ставка τ – це спадна функція соціальної ваги \bar{g} , яка покладається на платників податків з високим рівнем доходу, середньої еластичності $\bar{\zeta}^u$ та абсолютного розміру ефекту від доходу $\bar{\eta}$. Цікаво, що оптимальна швидкість – це зростаюча функція z_m/\bar{z} . Коефіцієнт z_m/\bar{z} є ключовим параметром для оптимальної податкової проблеми з високим рівнем доходу. Цей параметр залежить від форми розподілу доходу і не вивчений в оптимальній податковій літературі.

Якщо розподіл доходу обмежений, тоді, коли \bar{z} близький до вершини, відношення z_m/\bar{z} має тенденцію до одиниці, і, таким чином, з (2.8) виводимо, що максимальна ставка повинна дорівнювати нулю. Як можна побачити, порівнюючи (2.5) та (2.7), близько до верху, механічне збільшення податкових

надходжень M є незначним щодо втрати податкового доходу B через реакцію поведінки, що означає, що оптимальна ставка повинна бути близькою до нуля.

2.2 Модель Мірліса

У моделі Мірліса всі люди мають однакову функцію корисності, яка є зростаючою функцією від нетто-доходу c та спадною функцією від пропозиції робочої сили l і позначається $u(c, l)$. Люди відрізняються лише рівнем своєї майстерності (позначається n), який вимірює їх граничну продуктивність. Заробіток дорівнює $z = nl$. Населення нормалізується до одиниці і розподіл навичок описується $F(n)$, з щільністю $f(n)$ і підтримкою в $[0, \infty)$. $c_n, z_n = nl_n$ і u_n позначають рівень споживання, заробіток та корисність особи, яка має рівень навичок n . Уряд не може визначати рівень навичок i , таким чином, обмежується встановленням податків як функції лише заробітку, $c = z - T(z)$. Уряд максимізує функцію соціального забезпечення

$$W = \int_0^\infty G(u_n) f(n) dn \quad (2.9)$$

що непрямо враховує навички платника: $G(\cdot)$ – зростаюча й увігнута функція. Уряд максимізує W за умови обмеження ресурсів та обмежень сумісності стимулів. Обмеження ресурсів зазначає, що загальне споживання менше загального прибутку за вирахуванням державних витрат, E ,

$$\int_0^\infty c_n f(n) dn \leq \int_0^\infty z_n f(n) dn - E \quad (2.10)$$

В обмеженнях сумісності стимулів зазначено, що для кожного n обрана пропозиція робочої сили l_n максимізує корисність $u(nl - T(nl), l)$, враховуючи

функцію оподаткування. Виведення умови першого порядку для оптимальних ставок накреслено у Додатку. Зауважимо, що в моделі перерозподіл відбувається через гарантований рівень доходу (рівний – $T(0)$), який оподатковується в міру збільшення заробітку.

Загальна умова першого порядку отримана Мірлісом складно залежить від похідних функції корисності $u(c, l)$, які жодним чином не пов'язані з емпіричними величинами. Більш того, він отриманий за допомогою потужної, але сліпої гамільтонової оптимізації. Таким чином, література щодо оптимального оподаткування не з'ясувала ключових економічних ефектів, що призводять до оптимальної формули.

Позначимо через $H(z)$ функцію розподілу сукупного доходу (загальна кількість населення нормалізується до одиниці) та $h(z)$ щільність розподілу доходу. Позначимо через $g(z)$ соціальну граничну величину споживання для платників податків з доходами z , оптимальну, виражену у вартості державних коштів. Важливо пам'ятати, що і $h(z)$, і $g(z)$ є ендогенними до податкового графіка. Спочатку представимо простий попередній результат, який також корисний для розуміння зв'язку між розподілом доходу та розподілом навичок в економіці Мірліса.

Лема 1. Для будь-якого регулярного податкового графіка T , не обов'язково оптимального, функція прибутку z_n не зменшується і задовольняє наступному диференціальному рівнянню,

$$\frac{\dot{z}_n}{z_n} = \frac{1+\zeta_{(n)}^u}{n} - \dot{z}_n \frac{T_{(n)}''}{1-T_{(n)}'} \zeta_{(n)}^c \quad (2.11)$$

Якщо рівняння (2.11) призводить до $\dot{z}_n < 0$, то z_n є розривною і (2.11) не виконується.

Доведення представлено у статті Саеза [15]. У випадку лінійного податку ($T'' = 0$) рівняння прибутку (2.11) спрощується до $dz/z = (1 + \zeta^u)dn/n$. У загальному випадку параметр коригування у T'' , який відображає ефект зміни

граничних ставок, присутній. За визначенням щільність доходу та щільність кваліфікації пов'язані через рівняння $h(z)\dot{z} = f(n)$. Отже, для заданого розподілу навичок та з використанням леми 1 бачимо, що нелінійний податковий графік виробляє локальну деформацію щільності розподілу доходу $h(z)$.

Для спрощення формул оптимальних податкових ставок введемо $h^*(z)$ – щільність доходів, яка мала б місце при z , якби податковий графік $T(\cdot)$ був замінений на лінійний податковий графік, дотичний до $T(\cdot)$ на рівні z . Назвемо щільність $h^*(z)$ – віртуальною щільністю. Застосовуючи лемму 1 до лінеаризованого графіка, ми маємо $\dot{z}^*/z = (1 + \zeta^u)/n$, де \dot{z}^* – похідна заробітку відносно n , коли діє лінеаризований графік. За визначенням маємо також $h^*(z)\dot{z}^* = f(n)$. Таким чином h і h^* пов'язані наступним рівнянням

$$\frac{h^*(z)}{1-T'(z)} = \frac{h(z)}{1-T'(z)+\zeta^c z T''(z)} \quad (2.12)$$

Звичайно, віртуальна щільність h^* не тотожна фактичній щільності h . Однак, оскільки щільність h при оптимальному податковому графіку є ендогенною (зміни в податковому графіку впливають на розподіл доходу через поведінкові відповіді), використання h^* , а не h , є прийнятним. Використання h^* – це спосіб позбутися від деформаційної складової, викликані нелінійністю в податковому графіку. У цьому сенсі і як свідчить лема 1, h^* більш тісно пов'язана, ніж h , з основним розподілом навичок, що представляє внутрішню нерівність.

Наступне припущення представляє оптимальну формулу оподаткування, виражену в залежності від еластичності поведінки та форми розподілу доходів, використовуючи концепцію віртуальної щільності h^* .

Припущення 1. Умова першого порядку щодо оптимальної ставки податку при доході z^* може бути записана так:

$$\frac{T'(z^*)}{1-T'(z^*)} = \frac{1}{\zeta_{(z^*)}^c} \left(\frac{1-H(z^*)}{z^* h^*(z^*)} \right) \int_0^\infty (1-g(z)) \exp \left[\int_{z^*}^z \left(1 - \frac{\zeta_{(z')^u}^u}{\zeta_{(z')^c}^c} \right) \frac{dz'}{z'} \right] \frac{h(z)}{1-H(z^*)} dz \quad (2.13)$$

Альтернативно, використовуючи позначення моделі Мірліса, це рівняння можна переписати як,

$$\frac{T'(z_n)}{1-T'(z_n)} = A(n)B(n) \quad (2.14)$$

де

$$A(n) = \left(\frac{1+\zeta_{(n)}^u}{\zeta_{(n)}^c} \right) \left(\frac{1-F(n)}{nf(n)} \right), \quad (2.15)$$

$$B(n) = \int_n^\infty \left(1 - \frac{G'(u_m)u_c^{(m)}}{p} \right) \exp \left[\int_n^m \left(1 - \frac{\zeta_{(s)}^u}{\zeta_{(s)}^c} \right) \frac{dz_s}{z_s} \right] \frac{f(m)}{1-F(n)} dm \quad (2.16)$$

У рівняннях (2.15) і (2.16) під- або надписи (n) означають, що параметр обчислюється на рівні навичок n .

Отримання (2.14) в контексті моделі Мірліса можливо за допомогою умови першого порядку Мірліса. Це виведення представлене у Додатку. Ця перестановка термінів формули Мірліса є узагальненням розробленої Даймондом у випадку квазілінійних функцій корисності. Однак цей метод не демонструє економічних ефектів, які призводять до формули (2.13).

Пряме доведення припущення 1. Як зображено на рис. 2.2, граничні ставки збільшуються на суму $d\tau$ для доходів між z^* і $z^* + dz^*$. Припускаємо, що $d\tau$ є другим порядком порівняно з dz^* , так що групування (і обернено розриви розподілу доходів) навколо z^* або $z^* + dz^*$, спричинені переривчастою зміною граничних ставок, є незначними. Ця податкова реформа має три наслідки для податкових надходжень: механічний вплив, ефект еластичності для платників податків з доходами від z^* до $z^* + dz^*$ та ефект доходу для платників податків з доходами вище z^* .

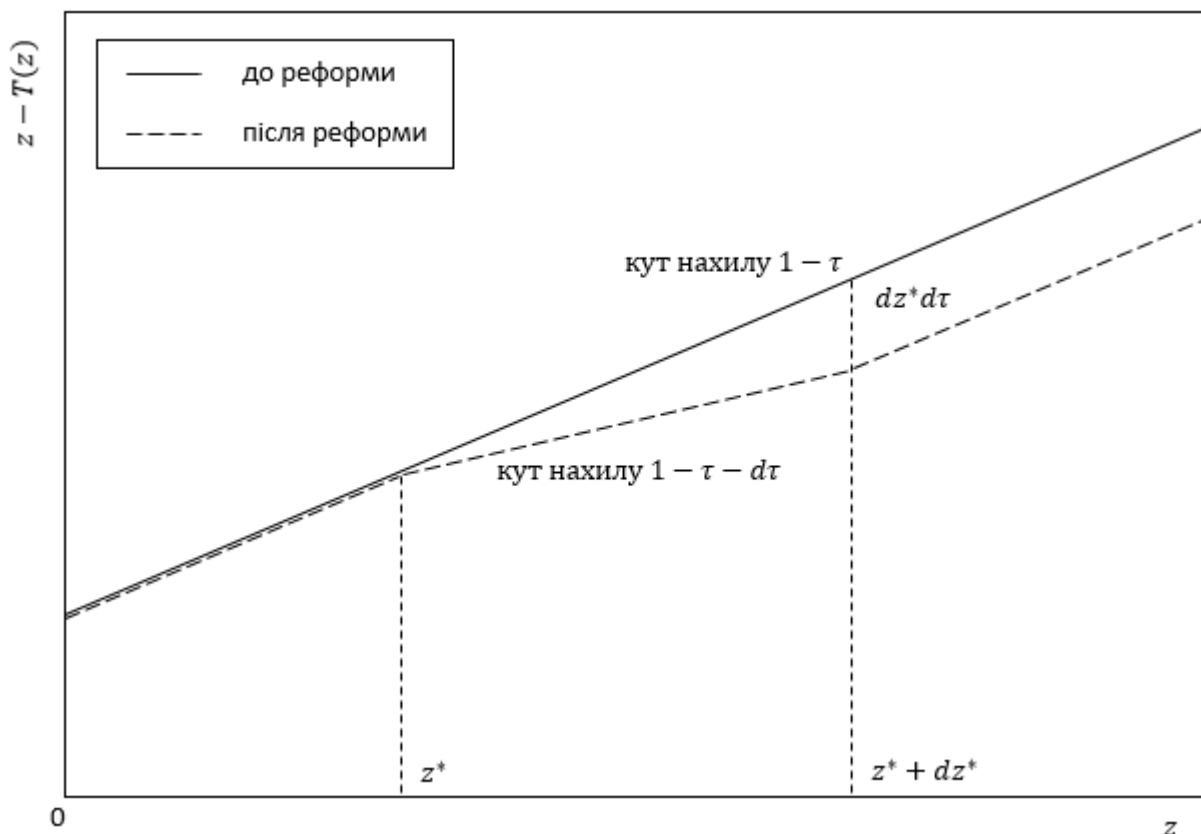


Рисунок 2.2 – Збурення локальної граничної податкової ставки

Як показано на рис. 2.2, кожен платник податків з доходом z вище z^* сплачує $d\tau dz^*$ додаткові податки, які оцінюються урядом $(1 - g(z))d\tau dz^*$, тому загальний механічний ефект M за вирахуванням втрат добробуту дорівнює

$$M = d\tau dz^* \int_{z^*}^{\infty} (1 - g(z))h(z)dz \quad (2.17)$$

Збільшення $d\tau$ для платника податків з доходом z між z^* і $z^* + dz^*$ має ефект еластичності, що призводить до невеликої зміни доходу (позначається dz). Ця зміна є наслідком двох наслідків. По-перше, спостерігається прямий компенсований ефект через екзогенне збільшення $d\tau$. Тут компенсована еластичність є відповідною, оскільки зміна $d\tau$ відбувається на рівні z^* трохи нижче z . По-друге, є опосередкований ефект через зміщення платника податку

на податковий графік на dz , що викликає ендогенну додаткову зміну граничних ставок, рівних $dT' = T''dz$. Тому рівняння поведінки можна записати так

$$dz = -\zeta^c z^* \frac{d\tau + dT'}{1-T'} \quad (2.18)$$

що означає

$$dz = -\zeta^c z^* \frac{d\tau}{1-T' + \zeta^c z^* T''} \quad (2.19)$$

Неважко помітити, що $1 - T' + \zeta^c z^* T'' > 0$ тоді і тільки тоді, коли кривизна кривої байдужості на окремому оптимальному пучку більша, ніж кривизна графіка $z - T(z)$, або рівна тоді і тільки тоді, індивідуальна умова другого порядку суворо виконується. Мірліс показав, що групування типів відбувається, коли цей стан не вдається. Вважаємо, що $1 - T' + \zeta^c z^* T'' > 0$. Зауважте, що ця умова завжди виконується в точках, де $T''(z^*) \geq 0$.

Загальний вплив на податкові надходження (позначається E) можна просто записати як

$$E = -\zeta_{(z^*)}^c z^* \frac{T'}{1-T'} h^*(z^*) d\tau dz^* \quad (2.20)$$

де $\zeta_{(z^*)}^c$ — компенсована еластичність на рівні доходу z^* . Використання віртуальної щільності h^* є корисним, оскільки дозволяє позбутися від ускладнення через ендогенну зміну граничної швидкості $dT' = T''dz$. Іншими словами, можна отримати вищенаведений вираз для E без урахування ендогенної зміни граничних норм, просто замінивши h на h^* .

Платник податків з доходом z вище z^* платить $dR = d\tau dz^*$ додаткові податки. Отже, платники податків вище малого діапазону $[z^*, z^* + dz^*]$ змушені працювати більше завдяки ефекту від доходу, який підсилює механічний ефект.

Відповідь на прибуток dz знову пояснюється двома ефектами. По-перше, існує ефект прямого доходу (рівний $\eta dR/(1 - T')$). По-друге, є непрямий еластичний ефект, зумовлений зміною граничних ставок $dT' = T'' dz$, спричинений зрушенням dz по податковому графіку. Тому

$$dz = -\zeta^c z \frac{T''}{1-T'} - \eta \frac{d\tau dz^*}{1-T'} \quad (2.21)$$

що означає

$$dz = -\eta \frac{d\tau dz^*}{1-T' + z\zeta^c T''} \quad (2.22)$$

Вводячи знову віртуальну щільність $h^*(z)$ для позбавлення від складової зміни ендогенної ставки та підсумовуючи (2.22) для всіх платників податків з доходами, більшими від z^* , отримуємо загальний ефект податкового доходу через відповіді на ефекти доходу

$$I = d\tau dz^* \int_{z^*}^{\infty} -\eta_{(z)} \frac{T'}{1-T'} h^*(z) dz \quad (2.23)$$

Будь-яка невелика податкова реформа навколо оптимального графіку не впливає на добробут. Таким чином, сума трьох ефектів M, E та I повинна бути рівна нулю, що означає

$$\frac{T'}{1-T'} = \frac{1}{\zeta^c} \left(\frac{1-H(z^*)}{z^* h^*(z^*)} \right) \left[\int_{z^*}^{\infty} (1-g(z)) \frac{h(z)}{1-H(z^*)} dz + \int_{z^*}^{\infty} -\eta \frac{T'}{1-T'} \frac{h^*(z)}{1-H(z^*)} dz \right] \quad (2.24)$$

Форма розподілу доходу впливає на оптимальну ставку на рівні z^* переважно через термін $(1 - H(z^*)) / (z^* h^*(z^*))$. Еластичне спотворення при z^* , спричинене збільшенням граничної ставки на цьому рівні, пропорційне доходу на тому рівні, помножене на кількість людей на цьому рівні доходу ($z^* h^*(z^*)$),

тоді як прибуток у податкових надходженнях пропорційний кількості людей вище z^* (тобто $1 - H(z^*)$). Тому уряд повинен застосовувати високі граничні ставки на рівнях, де щільність платників податків є низькою порівняно з кількістю платників податків з більшим доходом. Це, очевидно, у нижній частині розподілу доходів, оскільки $z^*h(z^*)$ близький до нуля, тоді як $1 - H(z^*)$ близький до одиниці. Нагорі, для розподілу Парето з параметром a , відношення $(1 - H)/(z^*h)$ є постійним і дорівнює $1/a$.

Звичайно, співвідношення $(1 - H)/(z^*h)$ є ендегенним (через реакції поведінки, зміна податкового графіка може змінити розподіл доходу). Тим не менш, безпосередньо використання розподілу доходу дозволяє краще зрозуміти формулу оптимальної ставки податку.

Поведінкові ефекти вводять у формулу оптимальних показників двома способами. По-перше, підвищення граничних ставок на рівні z^* викликає компенсовану відповідь платників податків, які отримують z^* . Тому $\zeta_{(z^*)}^c$ негативно вводить оптимальну ставку податку на рівні доходу z^* . По-друге, ця гранична зміна ставки збільшує податковий тягар усіх платників податків з доходами вище z^* . Цей ефект змушує цих платників податків працювати більше за рахунок ефектів доходу, що добре для податкових надходжень. Отже, цей ефект доходу призводить до підвищення граничних ставок (при всьому іншому рівні) через експоненціальний термін, який більший за одиницю. Зауважимо, що цей термін однаково дорівнює терміну, коли ефектів від доходу немає.

Граничні соціальні граничні ваги $g(z)$ вводять до оптимальної податкової формули через термін $1 - g(z)$ всередині інтеграла. Граничні соціальні ваги представляють відносну цінність уряду для додаткового долара споживання на кожному рівні доходу. Точніше, уряд байдужий між наданням $1/g(z_1)$ додаткових доларів платнику податку з доходом z_1 або наданням $1/g(z_2)$ доларів платнику податків із доходом z_2 . Ці ваги прозоро резюмують розподільні цілі уряду. Якщо уряд має перерозподільні смаки, то ці ваги зменшуються в доходах. Тому смак до перерозподілу не дивно є елементом, що має намір

зробити податковий графік прогресивним. Якби уряд не мав перерозподільних цілей, він вибрав би однакові граничні ваги для всіх. Форма розподілу доходу та розмір ефектів заміщення та доходу все ще матиме значення для оптимального податку на прибуток.

Оригінальне виведення Мірліса значною мірою спирається на те, що існує одновимірний параметр навичок, який характеризує кожного платника податків. Мірліс намагався поширити модель на гетерогенні популяції, де люди характеризуються багатовимірним параметром замість одного розмірного параметра вміння. Він застосував той самий підхід, який застосовував у своєму первісному дослідженні 1971 р. та вивів умови першого порядку для оптимального податкового розкладу. Однак ці умови були ще складнішими, ніж у одновимірному випадку, і тому виявилось неможливим отримати результати або інтерпретувати умови першого порядку в тому загальному випадку. Прямий доказ з використанням еластичності показує, що для отримання формули не потрібно вводити одновимірний екзогенний розподіл навичок.

У будь-якому випадку, за припущення 1 одновимірний розподіл навичок у моделі Мірліса не слід розглядати як реальний економічний елемент (який можна виміряти емпірично), а як пристрій спрощення для проведення обчислень та чисельних моделювань. Розподіл навичок слід просто вибирати так, щоб отриманий розподіл доходу був близьким до емпіричного розподілу доходу.

2.3 Оптимізація прогресивного податку за інтегральним критерієм

У ряді робіт була сформульована задача оптимізації оподаткування на основі деякого критерію оптимальності. Введемо позначення.

n – продуктивність окремого працівника, тобто плата йому за одиницю часу. Ця продуктивність вважається додатною випадковою величиною (для

різних працівників вона різна) з ймовірнісною щільністю розподілу $f(x)$, $x > 0$; $f(x) = 0$, якщо $x \leq 0$. Інакше, $P\{a < n < b\} = \int_a^b f(x)dx$.

l – тривалість роботи індивідуума; $z = nl$ – отриманий дохід (брутто).

$T(z)$ – податок на дохід z . $c = z - T(z)$ – дохід нетто після податку.

Умови на функцію $T(z)$: для $0 \leq z \leq M$: $0 < T'(z) \leq A < 1$;

$T''(z) \geq 0$.

$u(c, l)$ – функція корисності двох змінних. При цьому $u(c, l)$ покладається однаковою для всіх індивідуумів. За першої змінної c ця функція зростає і опукла вгору (увігнута), за другої змінної l функція спадає. У наведених позначеннях функція корисності має вид

$$u(c, l) = u(nl - T(nl), l)$$

тобто залежить від змінних n та l .

У згаданих вище роботах передбачається, що кожен працівник вибирає свій оптимальний (залежний від його продуктивності n) час роботи $l_n = \varphi(n)$. Простіше – скільки індивідууму оптимально треба працювати, щоб і на життя вистачало, і не перевтомлюватися. У вигляді формул цей вибір обчислюється максимізацією функції корисності по змінній l . Позначимо

$$u(nl - T(nl), l) = q(l)$$

і знайдемо точку максимуму функції $q(l)$, тобто таке l_n , що $q(l_n) > q(l)$ для інших значень l при фіксованому n .

Необхідна умова максимуму:

$$q'(l) = n \frac{\partial u}{\partial c} (1 - T'(nl)) + \frac{\partial u}{\partial l} = 0 \quad (2.25)$$

і з цього рівняння знаходиться $l_n \equiv l(n)$.

Таким чином, композиція $v(n) \equiv u_n = u(nl_n - T(nl_n), l_n)$ залежить лише від випадкової величини n – продуктивності окремого працівника.

Дохід бруто $z_n = nl_n$ і дохід нетто $c_n = z_n - T(z_n)$ є неявно заданими рівнянням (2.25) функціями продуктивності n , тобто випадковими величинами. Функція корисності $u_n = u(c_n, l_n)$ є керованою, або залежною, або ендогенною змінною, а l_n – керуючою, або незалежною, або екзогенною змінною.

При побудові математичної моделі оптимального податку $T(z)$ критерієм якості є максимум функціоналу

$$W(T) = EG(u(nl_n - T(nl_n), l_n)) = \int_0^\infty G(u(nl_n - T(nl_n), l_n))f(n)dn \quad (2.26)$$

при бюджетному обмеженні

$$E(T(nl_n)) = \int_0^\infty T(nl_n)f(n)dn \geq K \quad (2.27)$$

де $G(t)$ – додатна зростаюча увігнута функція, E – символ математичного сподівання (імовірнісного усереднення), відповідного розподілу випадкової продуктивності n . Далі вважаємо $G(t) = t$.

Припущення щодо самостійного обрання часу роботи, можливо, виконується для деякої категорії працівників. У математичній моделі таке припущення призводить до пошуку найбільшого значення з використанням теореми про неявну функцію: але ця теорема має локальний характер і її неможливо застосувати в даному випадку.

Інший підхід до вибору оптимального податку полягає в наступному. Вважаємо пару (n, l) випадковим вектором $n > 0$, $0 \leq l \leq L$ з щільністю розподілу $f(x, y) : \int_0^\infty \int_0^L f(x, y)dydx = 1$. Розглянемо зароблений дохід (брутто) в таких межах, коли податок є прогресивним: $0 \leq z \leq M$.

Тоді податок $T(z)$ задовольняє умовам:

$$0 < T'(z) \leq A < 1; T''(z) \geq 0, \quad 0 \leq z \leq M, \text{ тобто } T(z) \leq AM,$$

і критерієм якості побудови $T(z)$ є максимум функціоналу

$$W(T) = \iint_D u(xy - T(xy), y) f(x, y) dx dy \quad (2.28)$$

де область D визначена нерівностями: $0 \leq xy \leq M, x \geq 0, 0 \leq y \leq L$ при обмеженнях

$$\begin{aligned} \iint_D T(xy) f(x, y) dx dy &\geq K \\ 0 < T'(z) &\leq A < 1; T''(z) \geq 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Таким чином, оптимізація податку зводиться до варіаційної задачі

$$\begin{aligned} W(T) = \iint_D u(xy - T(xy), y) f(x, y) dx dy &\rightarrow \max \\ D: \{0 \leq xy \leq M, x \geq 0, 0 \leq y \leq L\} \end{aligned} \quad (2.30)$$

з некласичними обмеженнями

$$\begin{aligned} \iint_D T(xy) f(x, y) dx dy &\geq K \\ 0 < T'(z) &\leq A < 1; T''(z) \geq 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Функція корисності $u(c, l) = g(c)h(l)$; $g: R^+ \rightarrow R^+$, g – функція зростаюча та увігнута; h – функція спадна та увігнута.

Випадкові величини n, l вважаємо незалежними, тобто $f(x, y) = f_n(x)f_l(y)$, де щільність $f_n(x)$ типу Γ -розподілу:

$$f_n(x) = \frac{\mu^{p+1}}{\Gamma(p+1)} x^p e^{-\mu x}, \quad x > 0, \quad f(x) = 0, \quad \text{якщо } x \leq 0$$

Параметри p, μ оцінюються по вибірці. Тоді

$$W(T) = \iint_D g(xy - T(xy))h(y)f_n(x)f_l(y)dxdy \quad (2.32)$$

Замінюючи змінні інтегрування: $xy = z$, $y = y$, $J = \frac{1}{y}$ приходимо до виразу:

$$W(T) = \int_0^M g(z - T(z))\Phi(z) dz \rightarrow \max \quad (2.33)$$

де

$$\Phi(z) = \int_0^L h(y) \frac{1}{y} f_n\left(\frac{z}{y}\right) f_l(y) dy \quad (2.34)$$

Тепер оберемо функції:

$$f_n(x) = \mu^2 x e^{-\mu x}, \quad x > 0; \quad f_l(y) = \frac{1}{L}, \quad 0 \leq y \leq L; \quad f_l(y) = 0, \quad y > L.$$

$$h(y) = B \left(1 - e^{-\frac{2L}{y}}\right), \quad 0 \leq y \leq L; \quad h(y) = h(L) = B(1 - e^{-2}), \quad y > L.$$

Тоді

$$\Phi(z) = \frac{\mu^2 B}{L} \int_0^L \left(1 - e^{-\frac{2L}{y}}\right) \frac{z}{y^2} e^{-\frac{\mu z}{y}} dy \quad (2.35)$$

і цей інтеграл заміною $s = \frac{1}{y}$ приводиться до вигляду

$$\Phi(z) = \frac{\mu B}{L} \frac{2L + \mu z - \mu z e^{-2}}{L(2L + \mu z)} e^{-\frac{\mu z}{L}} \quad (2.36)$$

Обмеження (2.31) приводиться до вигляду

$$\frac{\mu}{L} \int_0^M T(z) e^{-\frac{\mu z}{L}} dz \geq K \quad (2.37)$$

Необхідно знайти функцію $T(z) > 0$, $0 \leq z \leq M$, як розв'язок екстремальної задачі для інтегрального функціоналу:

$$\int_0^M g(z - T(z)) \frac{2L + \mu z - \mu z e^{-2}}{L(2L + \mu z)} e^{-\frac{\mu z}{L}} dz \rightarrow \max \quad (2.38)$$

за умов

$$\frac{\mu}{L} \int_0^M T(z) e^{-\frac{\mu z}{L}} dz \geq K, \quad (2.39)$$

$$0 < T'(z) \leq A < 1, \quad T''(z) \geq 0 \quad (2.40)$$

Оскільки $T'(z)$ зростає, то $T'(z) \leq T'(M) = A < 1$.

За формулою Лагранжа $T(z) = T'(\theta)z \leq Az$.

Шукаємо розв'язок у вигляді суми випуклих функцій:

$$T(z) = a_1 z + a_2 (z + 1) \ln(z + 1) + a_3 z^{1,1} + a_4 z^{1,2} + a_5 z^{1,3} \quad (2.41)$$

Коефіцієнти $a_j \geq 0$, тоді $T''(z) \geq 0$, так як $T(z)$ є сумою випуклих функцій.

Таким чином, наша задача зводиться до пошуку умовного екстремуму функції п'яти змінних – задачі лінійного програмування.

Висновки до розділу 2

У даному розділі були розглянуті наступні методи оптимізації прогресивного податку: лінійна модель та модель Мірліса.

За допомогою лінійної моделі була знайдена та доведена нульова ставка податку для фізичних осіб з максимальним рівнем доходу.

Модель Мірліса ґрунтується на припущенні, що уряд прагне максимізувати функцію корисності. Були показані впливи різних складових: механічний ефект за вирахуванням втрат добробуту, ефект еластичності, ефект від доходу. У своїй моделі Мірліса показав, що якби уряд міг знати продуктивність кожної особи, оптимізація податку була б простою задачею.

У підрозділі 2.3 була запропонована модифікація моделі Мірліса. Припущення щодо самостійного обрання часу роботи, можливо, виконується для деякої категорії працівників. У математичній моделі таке припущення призводить до пошуку найбільшого значення з використанням теореми про неявну функцію: але ця теорема має локальний характер і її неможливо застосувати в даному випадку. Продуктивність індивіда було вирішено вважати випадковою величиною. Також додавши деякі обмеження та запропонувавши вид функції податку, задача оптимізації були приведена до задачі лінійного програмування.

РОЗДІЛ 3 СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ ПРОГРЕСИВНОГО ПОДАТКУ

У цьому розділі наведений опис розробленої в рамках магістерської дисертації комп'ютерної програми TaxOpt. Програма призначена для знаходження оптимального значення прогресивного податку за інтегральним критерієм. Дана програма реалізована мовою програмування C# у середовищі розробки Microsoft Visual Studio 2019.

Програмний продукт дозволяє користувачам знаходити оптимальний розв'язок у залежності від різних вхідних даних.

Інтерфейс користувача інтуїтивно зрозумілий і максимально простий.

Для вирішення задачі лінійного програмування було реалізовано градієнтний метод, для обчислення значення функціоналу було реалізовано метод трапецій.

За технічним рівнем TaxOpt належить до настільних програмних продуктів, тому що обслуговує тільки один користувацький комп'ютер. Система не розрахована на мережеву роботу.

3.1 Основні технічні вимоги для коректної роботи програми

Для роботи програмного продукту необхідна наявність персонального комп'ютера з наступними мінімальними характеристиками:

- операційна система Windows 7/8/10;
- тактова частота процесора 1 ГГц;
- оперативна пам'ять розміром 512 Мбайт;

- вільний дисковий простір: 1 Мбайт для розміщення виконавчого файлу;
- клавіатура та комп'ютерна мишка;
- монітор з розподільчою здатністю 1024×768;
- інсталяція .Net Framework версії 4.5.

3.2 Інструкція з експлуатації програмного продукту

Робота з усіма елементами інтерфейсу є стандартною для програмного забезпечення, що працює на платформі операційної системи MS Windows. Усі можливі не коректні введення даних обробляються системою та попереджують користувача інформаційними повідомленнями.

Основний екран програми представлений на рис. 3.1.

Користувач вводить наступні вхідні дані:

- А – максимальна ставка податку (від 0 до 1);
- М – значення доходу, при досягненні якого ставка податку перестає зростати;
- L – кількість робочих годин;
- К – коефіцієнт добробуту.

Після того, як вхідні дані введені, користувач натискає кнопку «Обчислити». Програма перевіряє вхідні дані, і якщо вхідні дані коректні, починає обчислення. Програма виводить 2 графіки: графік податку та графік податкової ставки, а також максимальні значення податку та податкової ставки. Результат обчислення програми представлено на рис. 3.2.

TaxOpt

Меню

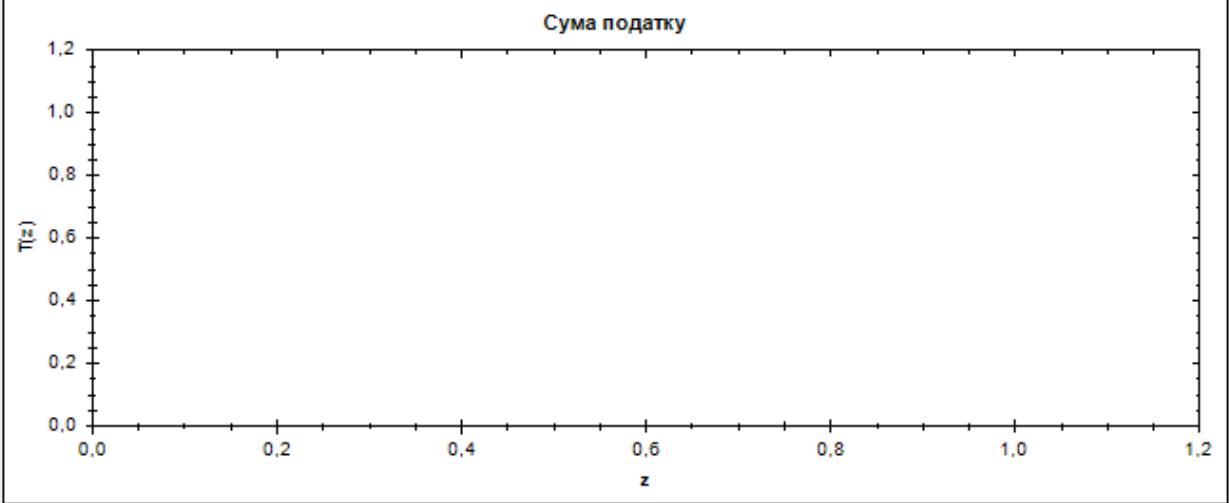
Параметри:

A = M =

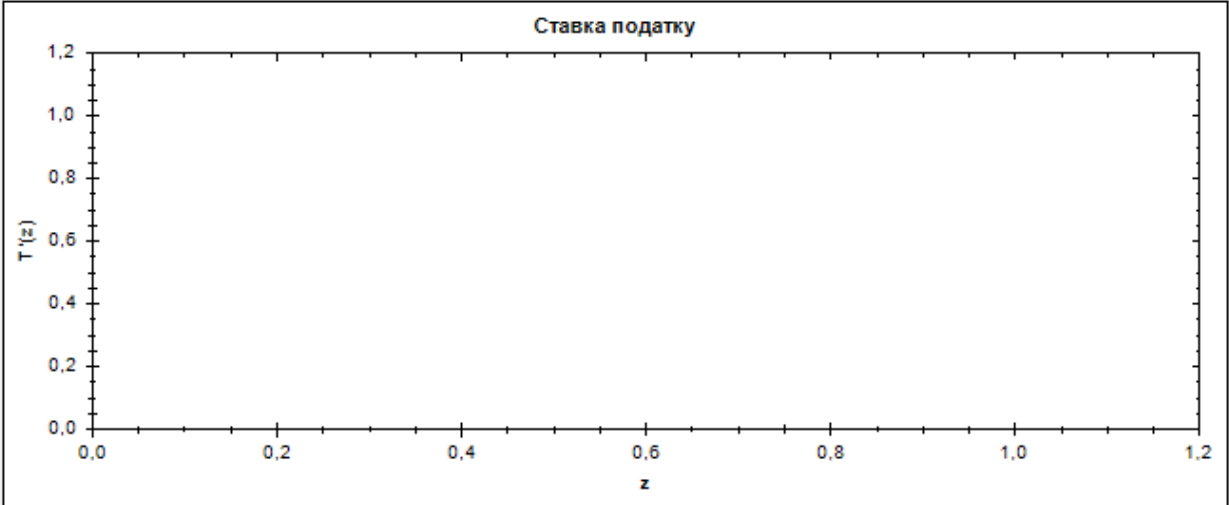
L = K =

Обчислити

Сума податку



Ставка податку



$T(M) =$ $T'(M) =$

Рисунок 3.1 – Початковий екран програми

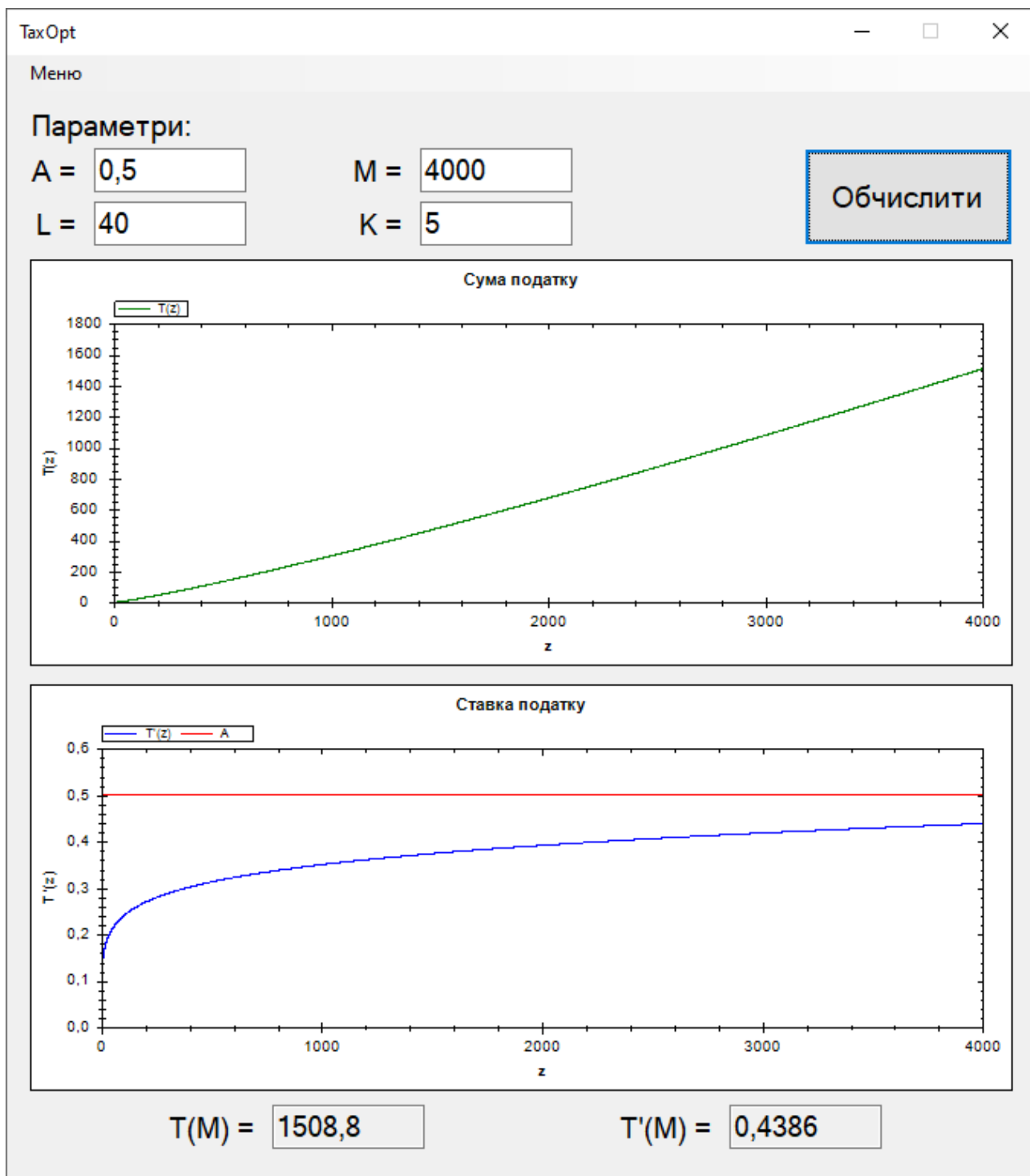


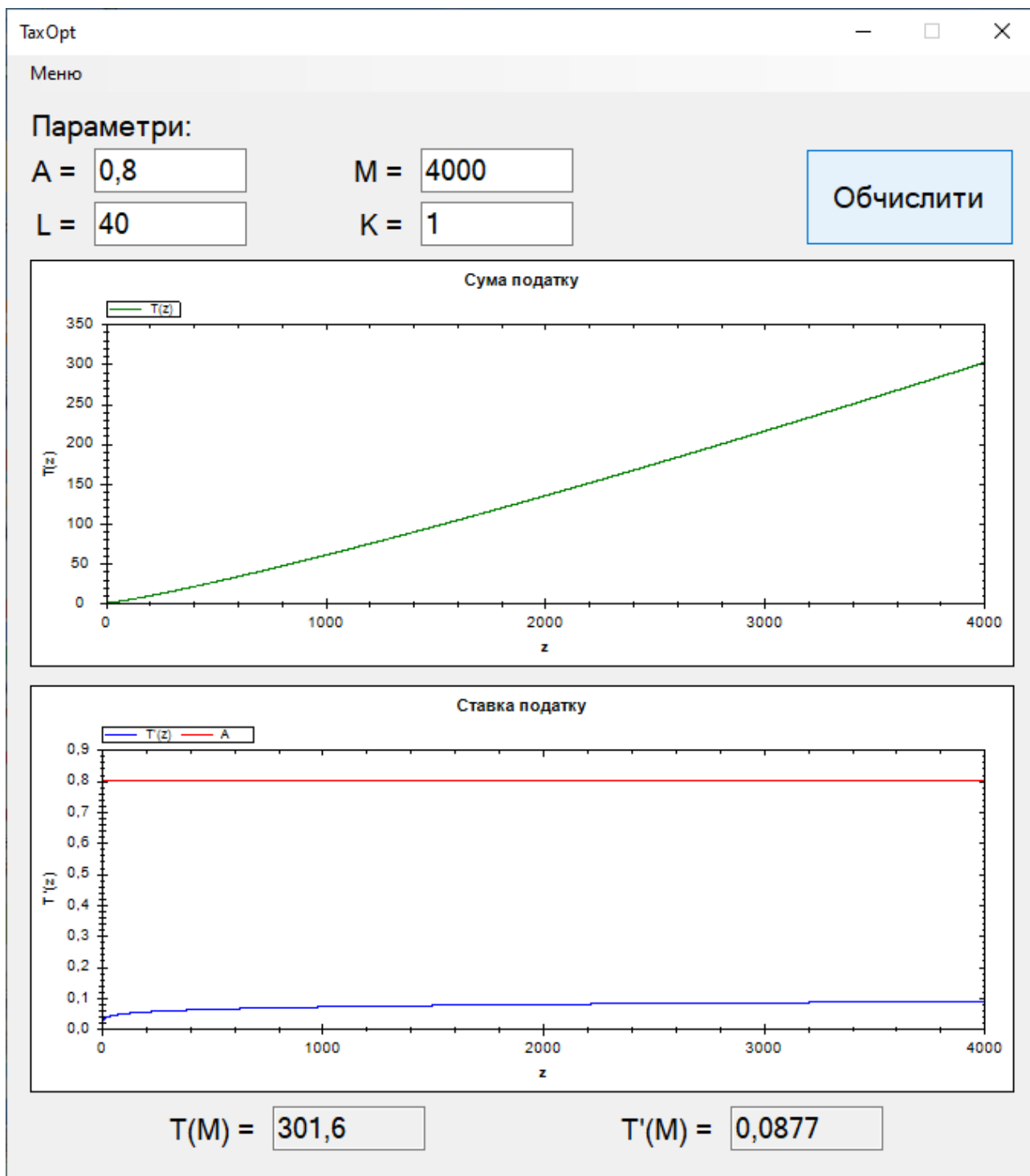
Рисунок 3.2 – Результат виконання програми

3.3 Аналіз результатів

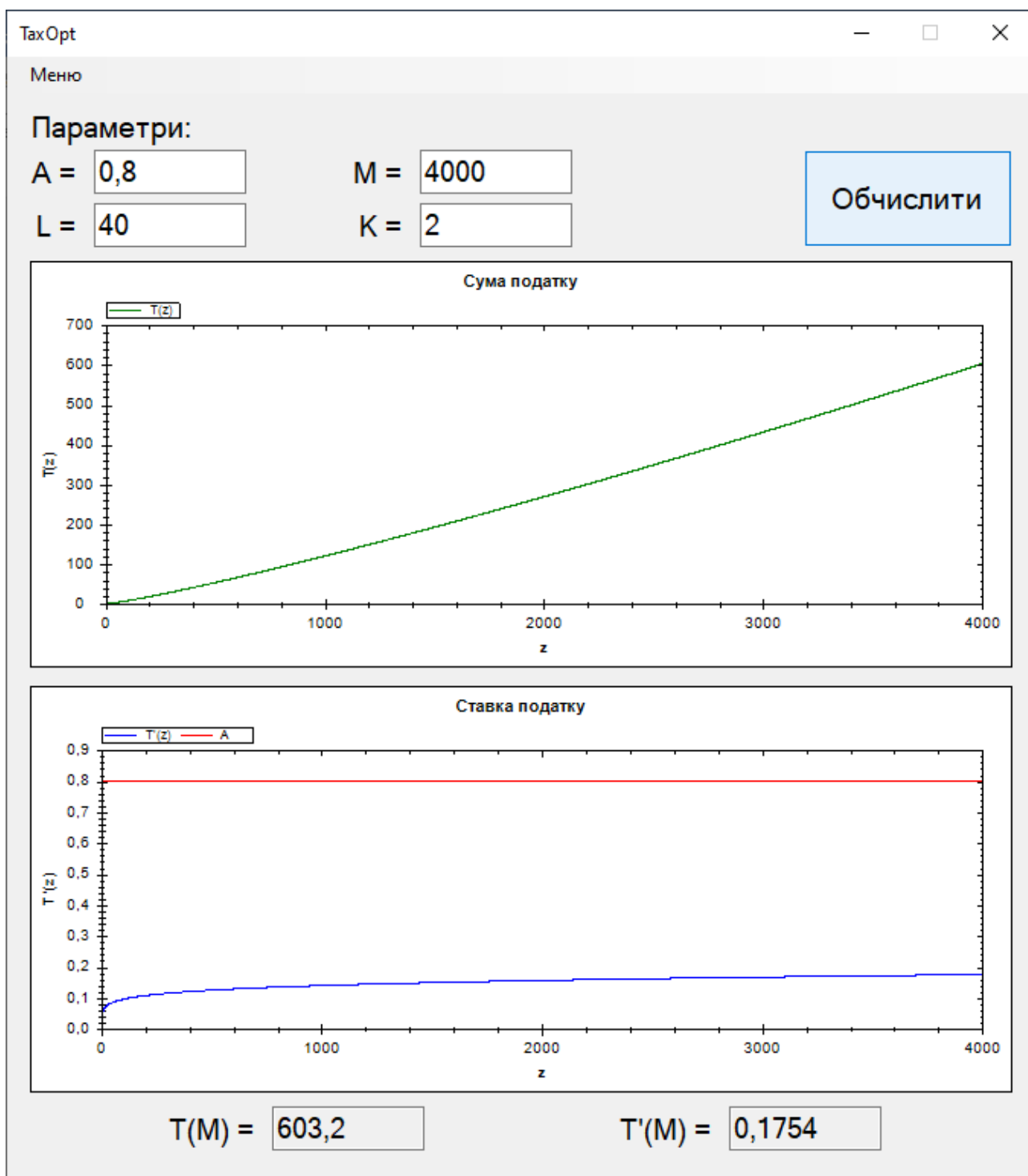
Проведемо аналіз отриманих результатів у залежності від різних вхідних параметрів. Параметр, що буде змінюватися – параметр K . Значення інших параметрів:

- $A = 0,8$;
- $M = 4000$;
- $L = 40$.

Результати для різних значень параметрів K представлені на рис. 3.3 – 3.11 та у табл. 3.1 – 3.9.

Рисунок 3.3 – Результат обчислень для $K=1$ Таблиця 3.1 – Результати обчислень для $K=1$

a1	a2	a3	a4	a5
0,00495697	0,00415431	0,00330862	0,00216565	0,00141307

Рисунок 3.4 – Результат обчислень для $K=2$ Таблиця 3.2 – Результати обчислень для $K=2$

a1	a2	a3	a4	a5
0,00991394	0,00830862	0,00661725	0,00433130	0,00282615

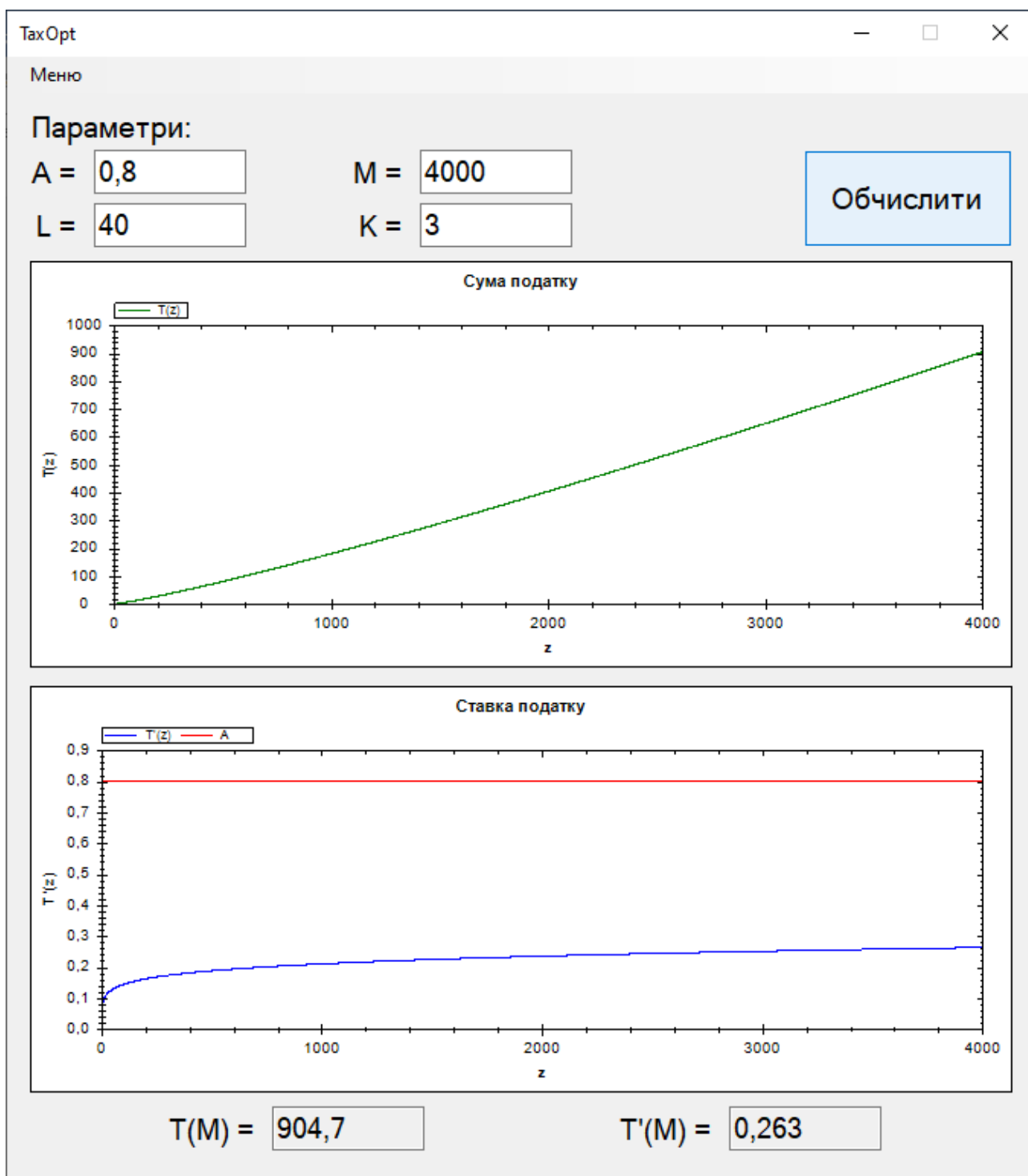


Рисунок 3.5 – Результат обчислень для K=3

Таблиця 3.3 – Результати обчислень для K=3

a1	a2	a3	a4	a5
0,01487092	0,01246293	0,00992587	0,00649695	0,00423923

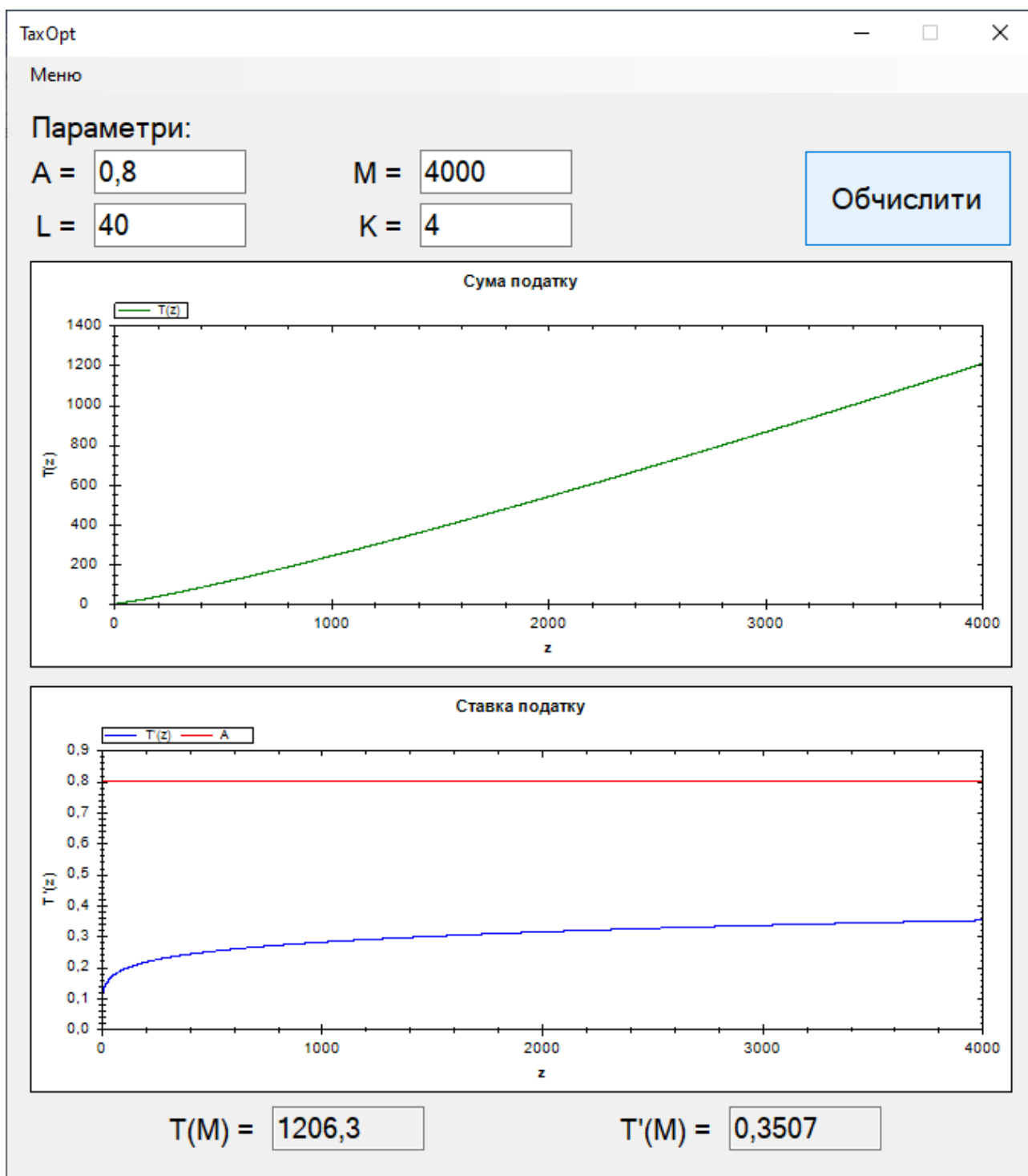


Рисунок 3.6 – Результат обчислень для K=4

Таблиця 3.4 – Результати обчислень для K=4

a1	a2	a3	a4	a5
0,01982789	0,01661725	0,01323450	0,00866261	0,00565231

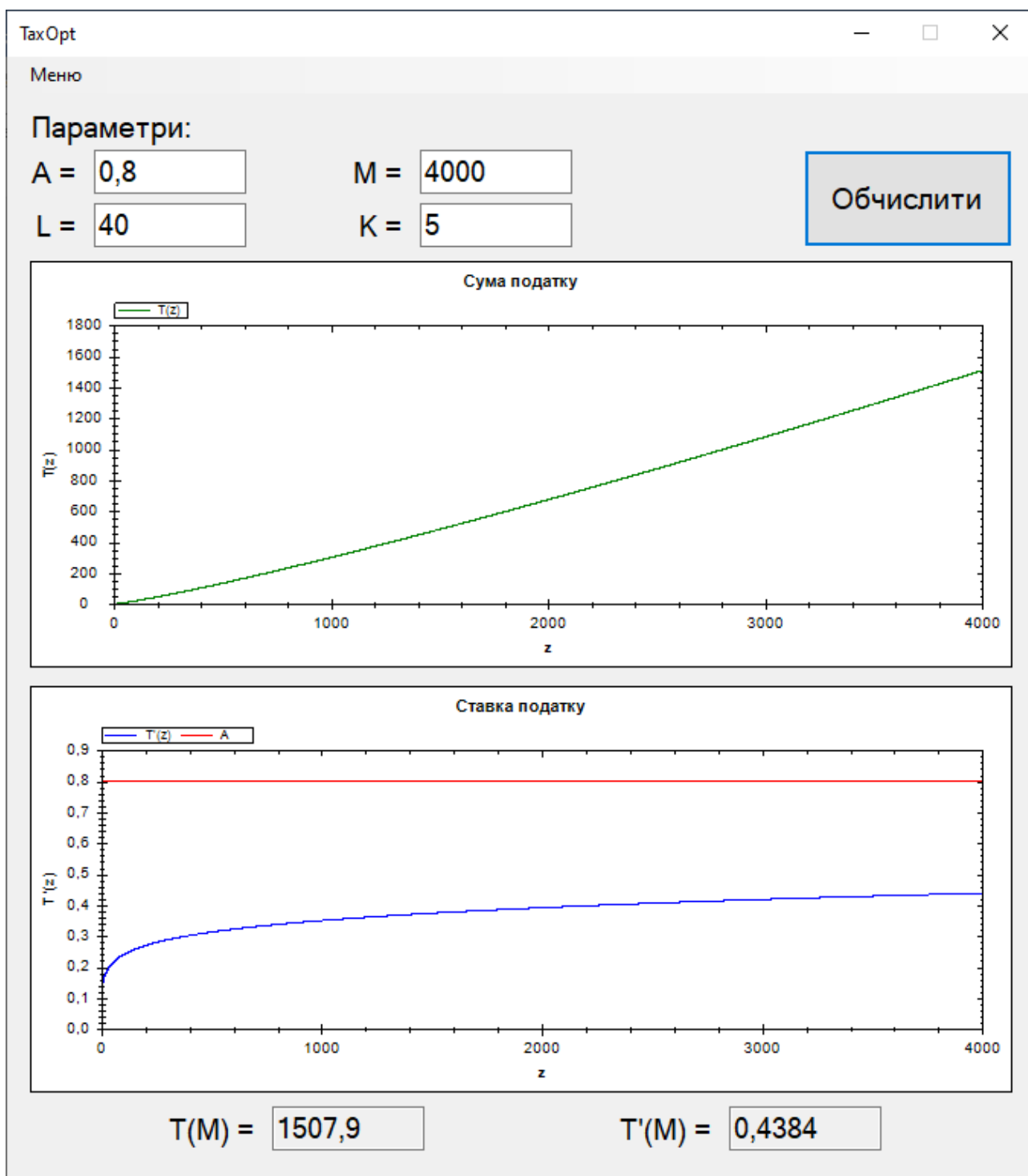


Рисунок 3.7 – Результат обчислень для K=5

Таблиця 3.5 – Результати обчислень для K=5

a1	a2	a3	a4	a5
0,02478487	0,02077156	0,01654313	0,01082826	0,00706539

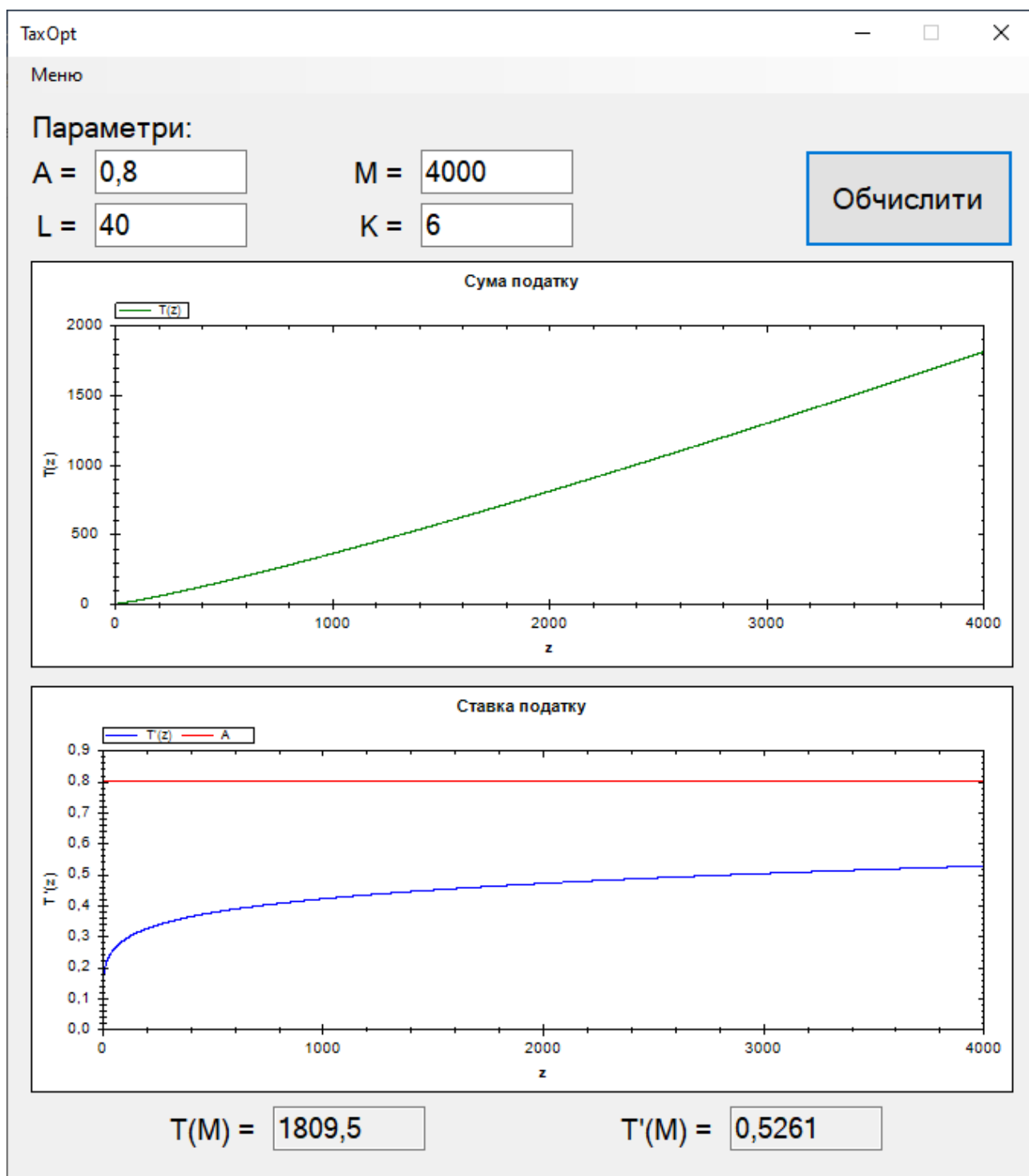
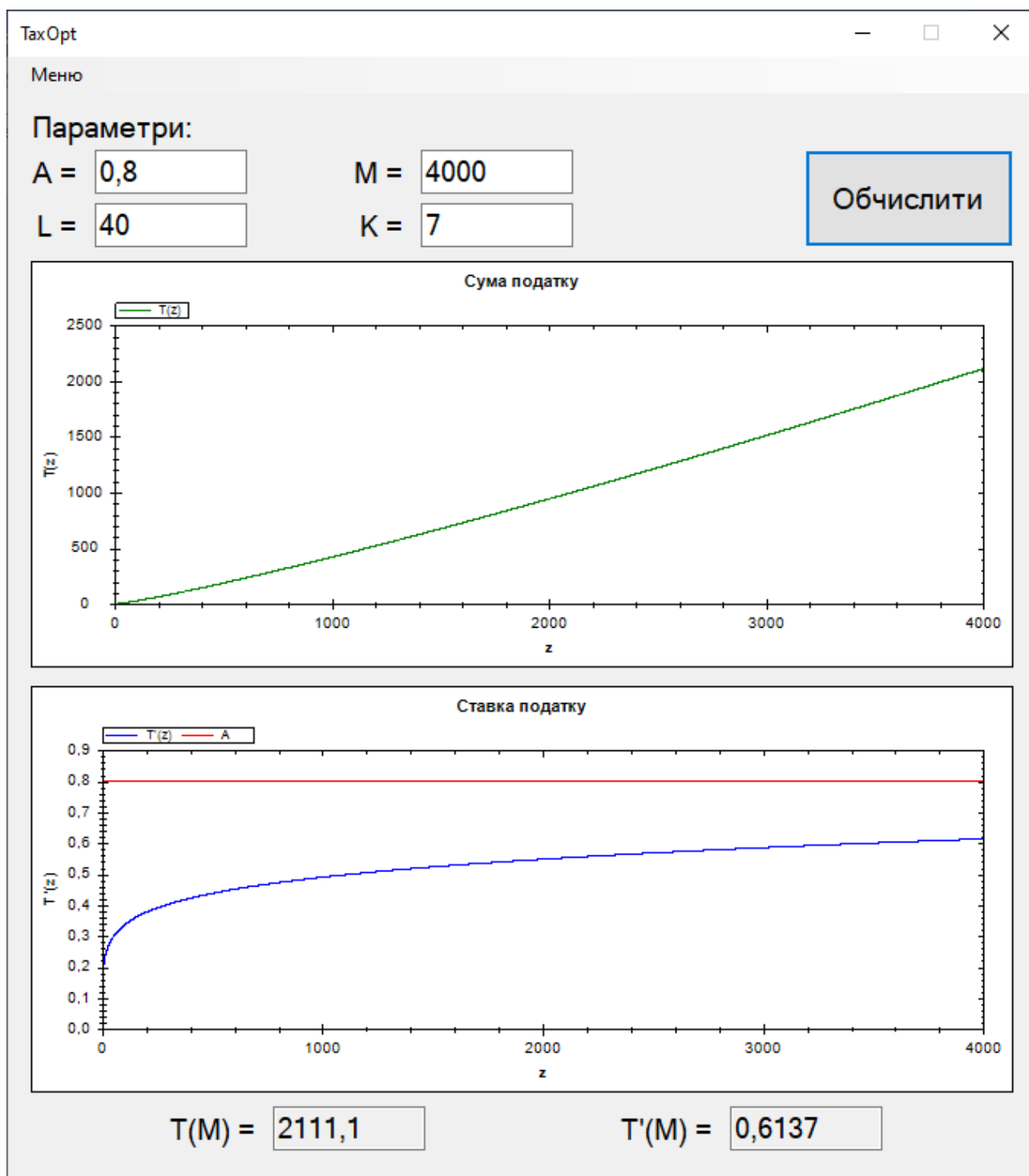


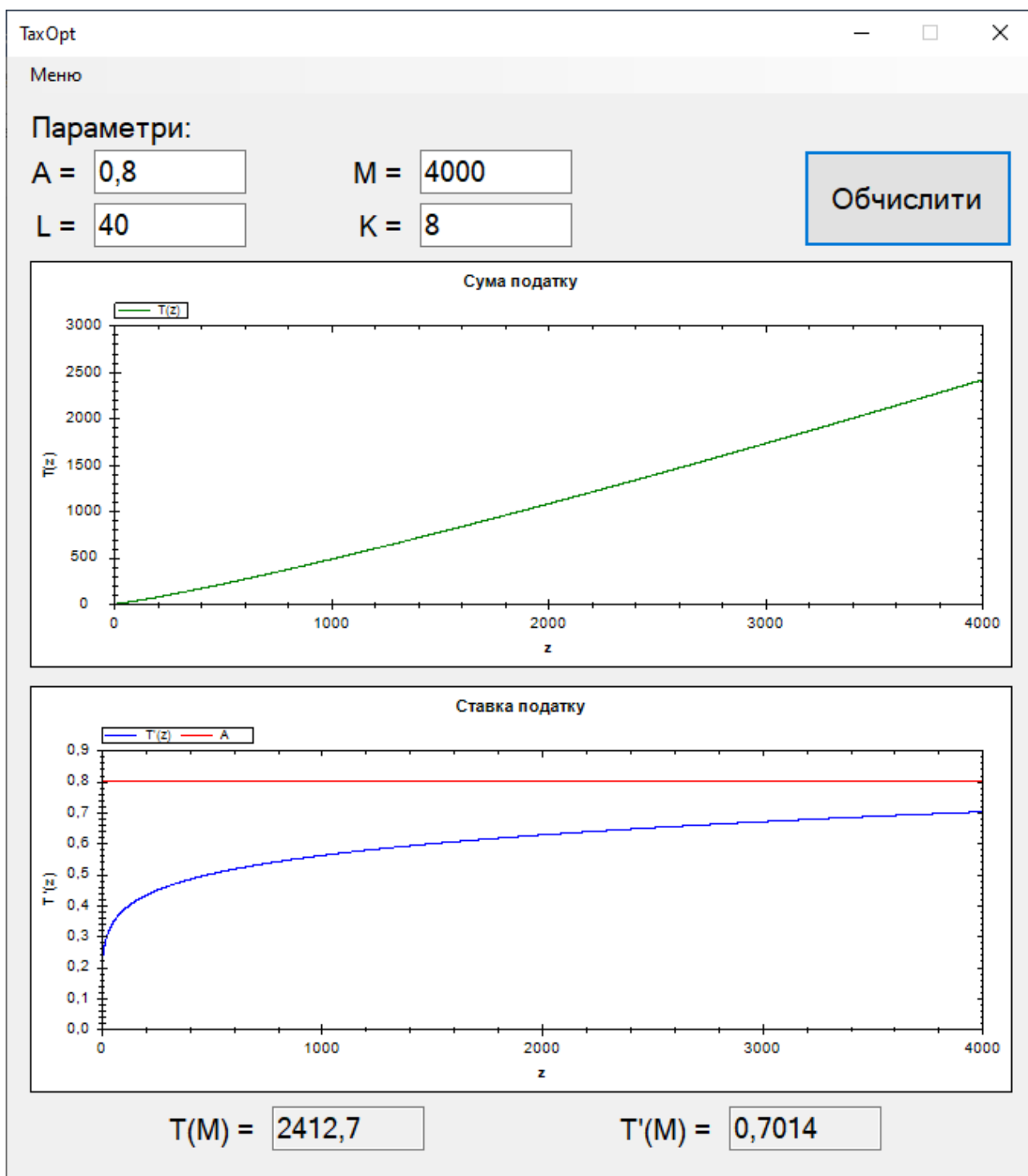
Рисунок 3.8 – Результат обчислень для K=6

Таблиця 3.6 – Результати обчислень для K=6

a1	a2	a3	a4	a5
0,02974184	0,02492587	0,01985175	0,01299391	0,00847846

Рисунок 3.9 – Результат обчислень для $K=7$ Таблиця 3.7 – Результати обчислень для $K=7$

a1	a2	a3	a4	a5
0,03469882	0,02908019	0,02316038	0,01515957	0,00989154

Рисунок 3.10 – Результат обчислень для $K=8$ Таблиця 3.8 – Результати обчислень для $K=8$

a1	a2	a3	a4	a5
0,03965579	0,03323450	0,02646901	0,01732522	0,01130462

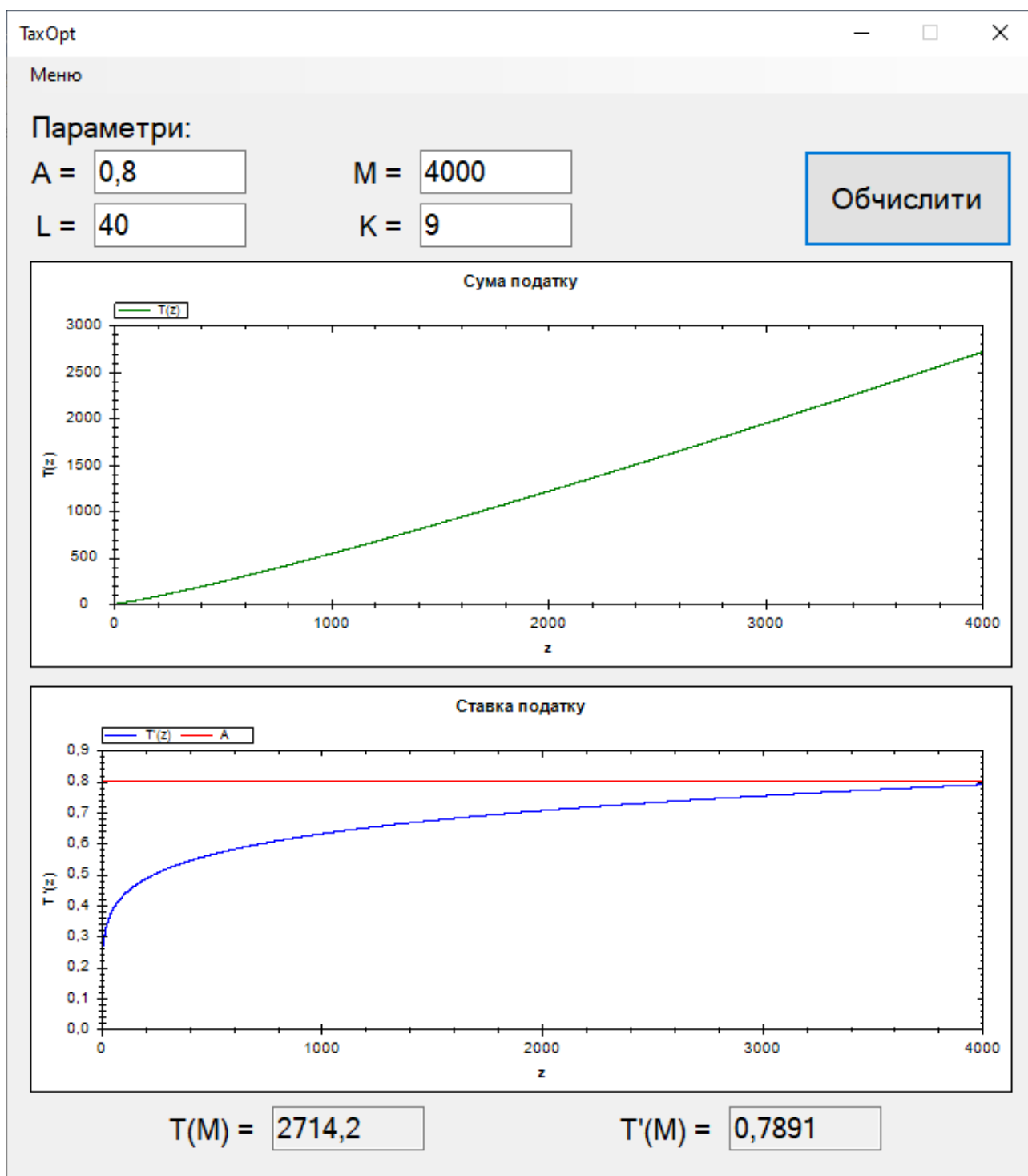


Рисунок 3.11 – Результат обчислень для K=9

Таблиця 3.9 – Результати обчислень для K=9

a1	a2	a3	a4	a5
0,04461277	0,03738881	0,02977763	0,01949087	0,01271770

Зведемо отримані результати в таблиці 3.10 та 3.11.

Таблиця 3.10 – Результати обчислень для параметру К від 1 до 9

Параметр К	Сума податку	Ставка податку (%)
1	301,6	8,77
2	603,2	17,54
3	904,7	26,30
4	1206,3	35,07
5	1507,9	43,84
6	1809,5	52,61
7	2111,1	61,37
8	2412,7	70,14
9	2714,2	78,91

Таблиця 3.11 – Результати обчислень параметрів для К від 1 до 9

К	a1	a2	a3	a4	a5
1	0,00495697	0,00415431	0,00330862	0,00216565	0,00141307
2	0,00991394	0,00830862	0,00661725	0,00433130	0,00282615
3	0,01487092	0,01246293	0,00992587	0,00649695	0,00423923
4	0,01982789	0,01661725	0,01323450	0,00866261	0,00565231
5	0,02478487	0,02077156	0,01654313	0,01082826	0,00706539
6	0,02974184	0,02492587	0,01985175	0,01299391	0,00847846
7	0,03469882	0,02908019	0,02316038	0,01515957	0,00989154
8	0,03965579	0,03323450	0,02646901	0,01732522	0,01130462
9	0,04461277	0,03738881	0,02977763	0,01949087	0,01271770

Як бачимо, зі збільшенням параметру К збільшується також у податок, який має сплачувати індивід.

Висновки до розділу 3

У третьому розділі було описано спроектовану систему підтримки прийняття рішень для знаходження оптимального значення прогресивного податку. Дана система складається з таких структурних елементів: пристрої вводу-виводу, підсистема інтерфейсу користувача, підсистема обчислення, виведення результатів.

На основі запропонованої СППР в рамках магістерської дисертації було розроблено ПП ТахОрт. Програмний продукт дозволяє знаходити оптимальне значення прогресивного податку при різних вхідних даних.

Визначено мінімальні технічні характеристики персонального комп'ютера для коректної та повноцінної роботи програмного забезпечення, а саме: тактова частота процесору, об'єм оперативної пам'яті, об'єм пам'яті на диску, операційна система, додаткове програмне забезпечення, що підтримує роботу розробленого програмного продукту, та периферійні пристрої необхідні для повноцінної роботи оператора.

Проведено детальний огляд інтерфейсу користувача. Розглянуто функціональні можливості програмного забезпечення та описану покрокову роботу ТахОрт з візуальним відображенням у вигляді рисунків робочого екрану програмного продукту.

Були проведені експериментальні дані для різних значень параметру K . Проаналізувавши результати отримали, що при збільшенні значення коефіцієнту добробуту підвищується сума податку, і як результат, ставка податку.

РОЗДІЛ 4 РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ

В останні роки набув великої популярності такий вид малого підприємництва як стартап. Стартап-проект – є комерційним проектом, який знаходиться в стані розробки, або нещодавно вийшов на ринок. Характерною особливістю стартапу, що відрізняє його від малого бізнесу, є оригінальність та інновації, він не може бути копією вже реалізованих ідей. При цьому проект не обов'язково повинен бути масштабного характеру, головне, щоб він був креативним, а його завдання – спрощувати людям будь-які дії в їх повсякденному житті.

Наразі, з появою Інтернету та сучасних технологій, стало простіше заходити на ринок, знаходити інвесторів та споживачів. З'явилося набагато більше можливостей для розвитку свого проекту за кордоном, ніж раніше. Проте розробка стартапу є досить ризикованим завданням. Не всім вдається довести свій стартап-проект до ринкового впровадження. За статистикою успіху досягає лише 10-20% від усіх стартап-проектів.

Запуск стартапу передбачає цілий ряд обов'язкових дій, в межах яких визначають ринкові перспективи стартапу, графік розробки, принципи організації виробництва, заходи з залучення інвесторів та аналіз ризиків.

4.1 Опис ідеї проекту

У таблиці 4.1 подано зміст ідеї стартап-проекту, можливі напрямки застосування та основні вигоди, що може отримати користувач товару. У таблиці 4.2 визначені сильні, слабкі та нейтральні сторони проекту.

Таблиця 4.1 – Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Програмний продукт для оптимізації прогресивного податку із застосуванням інтегрального критерію.	Податкова служба	Дозволяє податковим службам розраховувати оптимальні значення прогресивного податку в залежності від різних умов.

Таблиця 4.2 – Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів		
		TaxOpt	Модель Мірліса	Лінійна модель
1.	Складність	Висока	Висока	Середня
2.	Гнучкість	Висока	Середня	Низька

Отже, з табл. 4.2 можна визначити, що гнучкість є сильною характеристикою для потенційного товару.

4.2 Технологічний аудит ідеї проекту

За результатами аналізу таблиці 4.3 можна зробити висновок про можливість технологічної реалізації проекту.

Таблиця 4.3 – Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1	Програмний продукт для оптимізації прогресивного податку із застосуванням інтегрального критерію.	Оптимізація за допомогою моделі Мірліса	Наявна	Доступна
2		Оптимізація за допомогою лінійної моделі	Наявна	Доступна
3		Оптимізація із застосуванням інтегрального критерію	Наявна	Доступна
Обрана технологія реалізації ідеї проекту: оптимізація із застосуванням інтегрального критерію				

4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Визначення ринкових можливостей, які можна використати під час ринкового впровадження проекту, та ринкових загроз, які можуть перешкодити реалізації проекту, дозволяє спланувати напрями розвитку проекту із урахуванням стану ринкового середовища, потреб потенційних клієнтів та пропозицій проектів-конкурентів.

Проведемо аналіз попиту: наявність попиту, обсяг, динаміка розвитку ринку (табл. 4.4).

Таблиця 4.4 – Попередня характеристика потенційного ринку стартапу

№ п/п	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	3
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	100 000 ум.од
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Зростає
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Немає
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	Немає
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	75%

За результатами аналізу таблиці 4.4 можна зробити висновок, що ринок є привабливим для входження за попереднім оцінюванням.

Визначимо потенційні групи клієнтів, їх характеристики, та сформуємо орієнтовний перелік вимог до товару для кожної групи (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці груп клієнтів	Вимоги споживачів
1	Визначення оптимальної ставки прогресивного податку	Податкова служба	Відсутні	Можливість оптимізувати податок при різних вхідних умовах

Проведемо аналіз ринкового середовища: таблиці факторів, що сприяють ринковому впровадженню проекту, та факторів, що йому перешкоджають (табл. 4.6-4.7).

Таблиця 4.6 – Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Зміна потреб користувачів	Користувачам необхідні рішення з іншим функціоналом	Передбачити можливість додавання нового функціоналу до продукту

Таблиця 4.7 – Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Відсутність конкуренції	Відсутність аналогічних продуктів для користувача на вітчизняному ринку	Локалізація та адаптація сервісу для локальних груп. Адаптація до вітчизняних особливостей
2	Поява нових цільових груп клієнтів	Потреба в аналогічному продукті в інших сферах діяльності	Адаптація продукту під нові сфери використання

Проведемо аналіз пропозиції: визначимо загальні риси конкуренції на ринку (табл. 4.8).

Таблиця 4.8 – Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Вказати тип конкуренції - олігополія	Існує невелика кількість фірм-конкурентів	Підтримка якості продукту та постійні вдосконалення
2. За рівнем конкурентної боротьби - інтернаціональний	Фірми конкуренти з різних країн	Підтримувати продукт на національному ринку
3. За галузевою ознакою - внутрішньогалузева	Продукт використовується в одній галузі	Вдосконалювати продукт для застосування в інших галузях
4. Конкуренція за видами товарів: - товарно-родова	Присутня конкуренція з боку товарів-замінників	Розширювати функціонал продукту
5. За характером конкурентних переваг - нецінова	Вдосконалення якості продукції, технології виробництва, інновацій	Випускати нові товари, які принципово відрізняються від своїх попередників та представляють модернізований варіант старої моделі
6. За інтенсивністю - немарочна	Роль торгової марки незначна	Приділяти увагу якості продукту а не бренду компанії

Після аналізу конкуренції проведемо більш детальний аналіз умов конкуренції в галузі (за моделлю 5 сил М. Портера) (табл. 4.9).

Таблиця 4.9 – Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товари-замінники
Складові аналізу	Відсутні	SAS Enterprise	Диференціація витрат, розширення каналів збуту	Контроль якості продукту	Наявність більш широкого функціоналу, зручнішого інтерфейсу
Висновки	Відсутня конкурентна боротьба	Є можливість виходу на ринок, можливі конкуренти. Строки – пів року.	Постачальники не диктують умови роботи	Клієнти диктують умови роботи на ринку	Обмеження для роботи на ринку через товари-замінники

На основі аналізу конкуренції (табл. 4.9), а також із урахуванням характеристик ідеї проекту (табл. 4.2), вимог споживачів до товару (табл. 4.5) та факторів маркетингового середовища (табл. №№ 4.6-4.7) визначимо та обґрунтуємо перелік факторів конкурентоспроможності (табл. 4.10).

Таблиця 4.10 – Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущими
1	Ціна	Більш доступна ціна збільшує кількість потенційних клієнтів
2	Функціонал	Функціонал направлений на предметну область
3	Зручний інтерфейс	Зручний інтерфейс робить продукт більш привабливим для клієнтів

За визначеними факторами конкурентоспроможності (табл. 4.10) проведемо аналіз сильних та слабких сторін стартап-проекту (табл. 4.11).

Таблиця 4.11 – Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін “TaxOpt”

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з “TaxOpt”						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1	Ціна	18	+						
2	Функціонал	10						+	
3	Зручний інтерфейс	12			+				

Складемо SWOT-аналіз (матриця аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities)) (табл. 4.12) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (табл. 4.11).

Таблиця 4.12 – SWOT-аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: ціна, зручний інтерфейс	Слабкі сторони: функціонал
Можливості: Низька конкуренція, поява нових потреб споживачів	Загрози: Не відповідність потребам споживачів

На основі SWOT-аналізу визначимо альтернативи ринкової поведінки (перелік заходів) для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок (табл. 4.13).

Таблиця 4.13 – Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Створення програмного забезпечення	80%	3 місяці
2	Створення веб-сервісу	60%	5 місяців

4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл. 4.14).

Таблиця 4.14 – Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Податкова служба	Висока	Високий	Низька	Низька складність
2	Інші фінансові установи	Середня	Середня	Низька	Середня складність
Які цільові групи обрано: 1					

Для роботи в обраних сегментах ринку сформуємо базову стратегію розвитку (табл. 4.15).

Таблиця 4.15 – Визначення базової стратегії розвитку

№ п/п	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкуренто- спроможні позиції	Базова стратегія розвитку*
1	Надання товару важливих з точки зору споживача відмітних властивостей, які роблять товар відмінним від товарів конкурентів	Визначити потреби кожної з цільових груп, розробити стратегії приваблення споживачів та маркетингові комунікації	Оперативне реагування на зміни в ринковому попиті, орієнтованість на кінцевого споживача, висока якість продукту	Стратегія диференціації

Оберемо стратегію конкурентної поведінки (табл. 4.16).

Таблиця 4.16 – Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№ п/п	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки*
1	Так	Забирати існуючих	Ні	Стратегія заняття конкурентної ніші

Сформуємо ринкову позицію, за якою споживачі мають ідентифікувати проект(табл. 4.17).

Таблиця 4.17 – Визначення стратегії позиціонування

№ п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкуренто-спроможні позиції власного проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту*
1	Простий та зручний користувацький інтерфейс, швидкість роботи	Стратегія диференціації	Позиція на основі порівняння продукту компанії з продуктами конкурентів.	Автоматизація робочих процесів, зниження навантаження та часу

4.5 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

У табл. 4.18 підсумуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 4.18 – Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
1	Автоматизація робочих процесів	Продукт автоматизує такі процеси, як обробка даних та прийняття рішення щодо оптимального значення прогресивного податку	Після впровадження продукту процес прийняття рішення щодо оптимального значення прогресивного податку стає автоматизований
2	Знаходження оптимальної ставки податку	Продукт допомагає знайти оптимальне значення ставки податку	Дозволяє знайти оптимальне рішення при заданих різних початкових умов
3	Зниження навантаження та часу	Продукт знижує навантаження на персонал	Персоналу податкової служби не потрібно самостійно аналізувати та вирішувати складні задачі

Розроблена тривірнева маркетингова модель товару(табл. 4.19).

Таблиця 4.19 – Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
I. Товар за задумом	Програмний продукт для знаходження оптимальної податкової ставки. Повинен бути зручним, швидким та безпечним		
II. Товар у реальному виконанні	Властивості/характеристики	М/Нм	Вр/Тх /Тл/Е/Ор
	1. Попередня обробка даних 2. Знаходження оптимального значення прогресивного податку		
	Якість: проходження тестування		
	Пакування: відсутнє		
	Марка: “TaxOpt”		
III. Товар із підкріпленням	До продажу: відсутнє		
	Після продажу: навчання персоналу, супровід, технічна підтримка		
Вихідний код програмного продукту є закритим, та не передається клієнтам і третім особам. На програмний продукт оформлено авторське право			

Визначимо цінові межі, якими необхідно керуватись при встановленні ціни на товар (табл. 4.20).

Таблиця 4.20 – Визначення меж встановлення ціни

№ п/п	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
1	2500\$	2000\$	Високий рівень доходів	Базова покупка та впровадження: нижня межа - 1000\$, верхня межа - 2000\$.

Визначимо оптимальну систему збуту (табл. 4.21).

Таблиця 4.21 – Формування системи збуту

№ п/п	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
1	Цільові клієнти – податкові установи, які бажають впровадити у своїй роботі сучасні засоби, які допоможуть автоматизувати робочі процеси. Вони цікавляться інноваційними рішеннями, відвідують тематичні семінари та конференції	Формування попиту і стимулювання збуту. Встановлення контактів із споживачами. Просування маркетингової інформації	Нульова або однорівнева (сервіс безпосередньо продається споживачам та через посередників)	Прямий канал збуту до споживача, мінімізувати витрати на додаткові канали збуту

Розроблена концепція маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл. 4.22).

Таблиця 4.22 – Концепція маркетингових комунікацій

№ п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1	Цільові клієнти – податкові установи, які бажають впровадити у своїй роботі сучасні засоби, які допоможуть автоматизувати робочі процеси. Вони цікавляться інноваційними рішеннями, відвідують тематичні семінари та конференції	Конференції, форуми, новини у сфері інноваційних технологій, періодичні видання у професійних галузях	Позиція на основі порівняння продукту компанії з продуктами конкурентів. Відмінні особливості споживачів	- інформувати про новий продукт та його переваги; - сформулювати сприятливу думку; - сформулювати образ марки та її виробника у свідомості споживачів; - збільшити потік покупців	Автоматизована оптимізація податкової ставки

Висновки до розділу 4

В даному розділі проведено аналіз створення та виведення на ринок стартап-проекту на основі програмного продукту, який було розроблено в рамках магістерської дисертації.

В межах цього аналізу було розроблено опис самої ідеї проекту, визначено загальні напрями використання товару, проаналізовано ринкові можливості щодо впровадження проекту, визначено відмінності від конкурентів та розроблено стратегію виходу на ринок.

Узагальнюючи проведений аналіз, можна зазначити, що є можливість ринкової комерціалізації проекту. Наявний попит, динаміка ринку зростає. З огляду на потенційні групи клієнтів, а саме податкові установи, та високий рівень конкурентоспроможності проекту, є достатні перспективи для впровадження стартапу. Отже, подальша імплементація проекту є доцільною.

ВИСНОВКИ

Дана робота присвячена оптимізації прогресивного податку за інтегральним критерієм.

Після ознайомлення з теоретичним матеріалом щодо поняття прогресивного податку та різних моделей оптимізації прогресивного податку, було запропоновано модифікацію однієї із моделей та побудовано СППР для прийняття рішень щодо оптимального значення прогресивного податку.

В якості практичного прикладу застосування СППР, було розроблено програмний продукт TaxOpt з використанням технологій .Net у середовищі розробки Microsoft Visual Studio 2019. Для розв'язання задачі оптимізації було реалізовано метод градієнтного спуску.

Проведено порівняльний аналіз результатів у залежності від різних значень параметру K – коефіцієнту добробуту. У результаті було отримано, що при збільшенні коефіцієнту добробуту, значення податку зростає, тобто зростає і податкова ставка.

Результати магістерської дисертації:

- запропоновано модифікацію моделі Мірліса для знаходження оптимального значення прогресивного податку;
- розроблено програмний продукт на основі запропонованої моделі оптимізації;
- реалізовано метод градієнтного спуску для вирішення задачі оптимізації;
- виконано порівняльний аналіз результатів у залежності від різних вхідних даних.

Подальшими напрямками роботи можуть бути питання, що стосуються:

- вдосконалення розробленого методу оптимізації;
- реалізація інших методів оптимізації прогресивного податку.

Розроблений програмний продукт показав прийнятні результати, що підтверджує раціональність використання обраного методу.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Scheve K. F. Taxing the rich: a history of fiscal fairness in the United States and Europe. New Jersey : Princeton University Press. 266 p.
2. Bank S. A. Anglo-American Corporate Taxation: Tracing the Common Roots of Divergent Approaches. Cambridge : Cambridge University Press, 2011. 24 p.
3. Kathryn J. Exploring the Origins and Global Rise of VAT. SSRN. 2013. URL: <https://ssrn.com/abstract=2291281>.
4. Smith A. An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. London : W. Strahan and T. Cadell, 1776. 1056 p.
5. Ahmad E., Stern N. H. The Theory and Practice of Tax Reform in Developing Countries. Cambridge : Cambridge University Press, 1991. 344 p.
6. Piketty T., Saez E. Income Inequality in the United States, 1913–1998. *The Quarterly Journal of Economics*. 2003. № 118, Issue 1. P. 1–41.
7. Frank R. H. Are Positional Externalities Different from Other Externalities? Washington DC : Brookings Institution, 2003. 32 p.
8. Jens A. Do Tax Structures Affect Aggregate Economic Growth? Empirical Evidence from a Panel of OECD Countries. URL: https://www.oecd-ilibrary.org/economics/do-tax-structures-affect-aggregate-economic-growth_236001777843.
9. Krueger D., Ludwig A. Optimal Progressive Labor Income Taxation and Education Subsidies When Education Decisions and Intergenerational Transfers Are Endogenous. *American Economic Review*. 2013. № 103, № 3. P. 496–501.
10. Oishi S. Progressive Taxation and the Subjective Well-Being of Nations. *Psychological Science*. 2012. № 23. P. 86–92.
11. Ahmad E., Stern N. H. The Theory of Reform and Indian Indirect Taxes. *Journal of Public Economics*. 1985. № 25. P. 259–298.
12. Atkinson A. B. Public Economics and the Economic Public. *European Economic Review*. 1990. № 34. P. 225–248.

13. Diamond, P. Optimal Income Taxation: An Example with a U-Shaped Pattern of Optimal Marginal Tax Rates. *American Economic Review*. 1998. № 88. P. 83–95.
14. Mirrlees J. A. An Exploration in the Theory of Optimal Income Taxation. *Review of Economic Studies*. 1971. № 38. P. 175–208.
15. Saez E. Using Elasticities to Derive Optimal Income Tax Rates. *Review of Economic Studies*. 2001. № 68. P. 205–229.
16. Piketty T., Saez E., Stantcheva S. Optimal Taxation of Top Labor Incomes: A Tale of Three Elasticities. *American Economic Journal: Economic Policy*. 2014. № 6. P. 230–271.

ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;
using System.Threading;
using ZedGraph;

namespace TaxOpt
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();

            zedGraphControl1.GraphPane.Title.Text = "Сума податку";
            zedGraphControl1.GraphPane.XAxis.Title.Text = "z";
            zedGraphControl1.GraphPane.YAxis.Title.Text = "T(z)";

            zedGraphControl2.GraphPane.Title.Text = "Ставка податку";
            zedGraphControl2.GraphPane.XAxis.Title.Text = "z";
            zedGraphControl2.GraphPane.YAxis.Title.Text = "T'(z)";
```

```

label6.Visible = false;
textBox5.Visible = false;
}

```

```

public static double TM(double b1, double b2, double b3, double b4, double
b5, double x) // функция налога
{
    double t = 0;
    t = b1 * x + b2 * (1 + x) * Math.Log(1 + x) + b3 * Math.Pow(x, 1.1) +
b4 * Math.Pow(x, 1.2) + b5 * Math.Pow(x, 1.3);
    return t;
}

```

```

public static double tM(double b1, double b2, double b3, double b4, double
b5, double x) // функция ставки
{
    double t = 0;
    t = b1 + b2 * (Math.Log(1 + x) + 1) + b3 * 1.1 * Math.Pow(x, 0.1) + b4
* 1.2 * Math.Pow(x, 0.2) + b5 * 1.3 * Math.Pow(x, 0.3);
    return t;
}

```

```

private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    // А - максимальная ставка налога
    // М - максимальный доход
    // L - количество рабочих часов в неделю
    // К - коэффициент благосостояния
}

```

```

double A = 0, a1 = 0, a2 = 0, a3 = 0, a4 = 0, a5 = 0, coef_a1 = 0, coef_a3
= 0, coef_a4 = 0, coef_a5 = 0, t_M = 0, mu = 1, dz = 0, x = 0;
int M = 0, L = 0, K = 0, n = 10000;

textBox5.Text = "";

try // считываем A
{
    A = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
    if ((A < 0) || (A > 1))
    {
        MessageBox.Show("Введіть коректний параметр A",
"Некоректні дані");
        return;
    }
}
catch (Exception ex)
{
    MessageBox.Show("Введіть коректний параметр A", "Некоректні
дані");

    return;
} // кінець считывания A

try // считываем M
{
    M = int.Parse(textBox2.Text);
    if (M < 0)
    {
        MessageBox.Show("Введіть коректний параметр M",
"Некоректні дані");

```

```

        return;
    }
}
catch (Exception ex)
{
    MessageBox.Show("Введіть коректний параметр М", "Некоректні
дані");

    return;
} // кінець считывания М

try // считываем L
{
    L = int.Parse(textBox3.Text);
    if (L < 0)
    {
        MessageBox.Show("Введіть коректний параметр L",
"Некоректні дані");
        return;
    }
}
catch (Exception ex)
{
    MessageBox.Show("Введіть коректний параметр L", "Некоректні
дані");

    return;
} // кінець считывания L

try // считываем K
{
    K = int.Parse(textBox4.Text);

```

```

        if (K < 0)
        {
            MessageBox.Show("Введіть коректний параметр K",
"Некоректні дані");
            return;
        }
    }
    catch (Exception ex)
    {
        MessageBox.Show("Введіть коректний параметр K", "Некоректні
дані");

        return;
    } // кінець считывания K

    Thread.Sleep(5000);

    dz = (double)M / 10000;
    x = (double)M;

    coef_a1 = L * (L - Math.Pow(Math.Exp(1), -mu * M / L) * (L + mu *
M) / Math.Pow(mu, 2));

    coef_a3 = L * (11 * Math.Pow(L, 2) * 9.5 * Math.Pow(mu / L, 0.9) - mu
* Math.Pow(M, 0.1) * Math.Pow(Math.Exp(1), -mu * M / L) * (110 * L + 100 * mu *
M)) / (100 * Math.Pow(mu, 3));

    coef_a4 = (6 * 4.6 / Math.Pow(mu / L, 2.2) - L * Math.Pow(M, 0.2) *
Math.Pow(Math.Exp(1), -mu * M / L) * (30 * L + 25 * mu * M) / Math.Pow(mu, 2)) /
25;

    coef_a5 = L * (39 * Math.Pow(L, 2) * 3 * Math.Pow(mu / L, 0.7) - mu
* Math.Pow(M, 3 / 10) * Math.Pow(Math.Exp(1), -mu * M / L) * (130 * L + 100 * mu
* M)) / (100 * Math.Pow(mu, 3));

```



```

a1 = (double)K * L * 0.2 / coef_a1;
a3 = (double)K * L * 0.2 / coef_a3;
a2 = (a1 + a3) / 2;
a4 = (double)K * L * 0.2 / coef_a4;
a5 = (double)K * L * 0.2 / coef_a5;

// t_M = a1 + a3 * 1.1 * Math.Pow(M, 0.1) + a4 * 1.2 * Math.Pow(M,
0.2) + a5 * 1.3 * Math.Pow(M, 0.3);
// string str = a1.ToString() + "\n" + a2.ToString() + "\n" + a3.ToString()
+ "\n" + a4.ToString() + "\n" + a5.ToString();
// MessageBox.Show(str);

t_M = tM(a1, a2, a3, a4, a5, x);

GraphPane pane1 = zedGraphControl1.GraphPane;
GraphPane pane2 = zedGraphControl2.GraphPane;

/*pane1.Title.Text = "Сума податку";
pane1.XAxis.Title.Text = "z";
pane1.YAxis.Title.Text = "T(z)";

pane2.Title.Text = "Ставка податку";
pane2.XAxis.Title.Text = "z";
pane2.YAxis.Title.Text = "T'(z)";*/

pane1.CurveList.Clear();
pane2.CurveList.Clear();

if (t_M > A)

```

```

    {
        MessageBox.Show("Неможливо вирішити задачу із заданими
параметрами");
        return;
    }

    textBox5.Text = t_M.ToString();

    PointPairList list1 = new PointPairList();
    PointPairList list2 = new PointPairList();
    PointPairList list3 = new PointPairList();

    for (double z = 0; z <= M; z += dz)
    {
        list1.Add(z, TM(a1, a2, a3, a4, a5, z));
        list2.Add(z, tM(a1, a2, a3, a4, a5, z));
        list3.Add(z, A);
    }

    LineItem curve1 = pane1.AddCurve("T(z)", list1, Color.Green,
SymbolType.None);
    LineItem curve2 = pane2.AddCurve("T'(z)", list2, Color.Blue,
SymbolType.None);
    LineItem curve3 = pane2.AddCurve("A", list3, Color.Red,
SymbolType.None);

    zedGraphControl1.AxisChange();
    pane1.XAxis.Scale.Min = 0;
    pane1.XAxis.Scale.Max = M;
    zedGraphControl1.Invalidate();

```

```

zedGraphControl2.AxisChange();
pane2.XAxis.Scale.Min = 0;
pane2.XAxis.Scale.Max = M;
zedGraphControl2.Invalidate();
}

private void інструкціяToolStripMenuItem_Click(object sender,
EventArgs e)
{
    Form2 form2 = new Form2();
    form2.ShowDialog();
}

private void проПрограмуToolStripMenuItem_Click(object sender,
EventArgs e)
{
    String str = "TaxOpt\nВерсія 1.0.0\nНго Суан Зионг";
    MessageBox.Show(str, "Про програму");
}

private void вихідToolStripMenuItem_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Application.Exit();
}
}

using System;

```

```
public static class BinarySearch
{
    public static int Search<T>(T[] data, T value) where T : IComparable
    {
        var left = data.GetLowerBound(0);
        var right = data.GetUpperBound(0);
        if (left == right)
            return left;
        while (true)
        {
            if (right - left == 1)
            {
                if (data[left].CompareTo(value) == 0)
                    return left;
                if (data[right].CompareTo(value) == 0)
                    return right;
                return -1;
            }
            else
            {
                var middle = left + (right - left) / 2;
                var comparisonResult = data[middle].CompareTo(value);
                if (comparisonResult == 0)
                    return middle;
                if (comparisonResult < 0)
                    left = middle;
                if (comparisonResult > 0)
                    right = middle;
            }
        }
    }
}
```

```

    }
}

using System;

namespace ru.lsreg.math
{
    public class Derivative
    {
        private const double DEFAULT_DELTA = 0.0000001F;

        public double GetDerivative(Func<double, double> function, double point)
        {
            return GetDerivative(function, point, DEFAULT_DELTA);
        }

        public double GetDerivative(Func<double, double> function, double point,
double delta) {
            return (function(point + delta) - function(point - delta)) / (2 * delta);
        }
    }
}

namespace ru.lsreg.math
{
    using System.Collections.Generic;
    using System.Linq;
    using System;
    public class GradientDescent
    {

```

```

private List<double> CopyPointWithReplace(List<double> point, double
replace, int replaceIndex)
{
    var result = new List<double>();
    for (var i = 0; i < point.Count; i++)
        if (i == replaceIndex)
            result.Add(replace);
        else
            result.Add(point[i]);

    return result;
}

```

```

public List<double> Calculate(List<double> startPoint,
Func<List<double>, double> function)
{
    double alpha = 1;
    var alphaDecreaseRate = 0.9;
    var currentPoint = startPoint;
    while (true)
    {
        var currentValue = function(currentPoint);
        var newPoint = new List<double>();
        for (var i = 0; i < currentPoint.Count; i++)
        {
            Func<double, double> func = x =>
function(CopyPointWithReplace(currentPoint, x, i));
            newPoint.Add(currentPoint[i] - alpha * (1.0 /
Convert.ToDouble(startPoint.Count)) * new Derivative().GetDerivative(func,
currentPoint[i]));
        }
    }
}

```

```

    }
    var newValue = function(newPoint);

    if (newValue > currentValue)
        alpha *= alphaDecreaseRate;
    else
    {
        if (currentValue - newValue <=
Constants.DoubleComparisonDelta)
            return newPoint;
        else
            currentPoint = newPoint;
    }
}

}

}

```